| Universidade do Minho | | 22 de julho de 2021 |
|---|---|---|
| | Exame de época especial de<br>**Computabilidade e Complexidade** | |
| Lic. Ciências da Computação | | Duração: 2 horas |

*Este exame é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente* ***justificadas****.*

**1**. Seja $A = \{a, b\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição $\delta$ é definida pela tabela seguinte:

| $\delta$ | $a$ | $b$ | $\Delta$ |
|---|---|---|---|
| 0 | | | $(1, \Delta, D)$ |
| 1 | $(1, b, D)$ | $(1, a, D)$ | $(2, \Delta, E)$ |
| 2 | $(2, a, E)$ | $(3, b, E)$ | |
| 3 | $(3, b, E)$ | $(3, a, E)$ | $(4, \Delta, C)$ |

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

**a)** Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

**b)** Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}babaaabb)$.

**c)** Identifique o domínio $D$ da função $g$. Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

**2**. Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e a linguagem

$$L = \{a^n u b^n : n \in \mathbb{N}_0, u \in A^*, |u| = n\}.$$

**a)** Construa uma máquina de Turing com duas fitas que reconheça $L$ e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

**b)** Mostre que $L$ se reduz polinomialmente à linguagem $K = a^*$.

**3**. Seja $h$ a função obtida por recursão primitiva das funções $f : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0,\ (x, y) \mapsto x + 2y$ e $g : \mathbb{N}_0^4 \to \mathbb{N}_0,\ (x, y, z, w) \mapsto xy + w$.

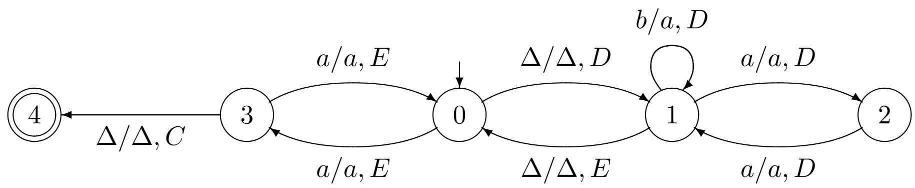
**a)** Identifique a função $h$.

**b)** Mostre que $h$ é uma função recursiva primitiva.

**c)** Determine a função $M_g$ de minimização de $g$.

**(v.s.f.f.)**

**4**. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre $A$,




**a)** Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aabbaaaab)$ e diga se a palavra $aabbaaaab$ é aceite por $\mathcal{T}$.

**b)** Para que palavras $u \in A^*$, a partir de $(0, \underline{\Delta}u)$ pode ser computada uma configuração de rejeição?

**c)** Para que palavras $v \in A^*$, $(0, \underline{\Delta}v)$ é uma configuração de ciclo?

**d)** Identifique a linguagem $L$ reconhecida por $\mathcal{T}$.

**e)** Diga, justificando, se a máquina $\mathcal{T}$ é um algoritmo e se a linguagem $L$ é recursiva.

**5**. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

**a)** O seguinte problema é decidível: Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$ de alfabeto $A$, será que $L(\mathcal{T})$ é recursivamente enumerável?

**b)** Não existe uma máquina de Turing de código

$$x^2yxyx^2yxyx^3y^2x^3yx^3yx^2yx^3yx^2y^2x^2yx^2yx^2yx^2yx^2y^2.$$

**c)** Se $L$ e $K$ são linguagens recursivamente enumeráveis, então $LK$ também é recursivamente enumerável.

**d)** A linguagem reconhecida pela composição sequencial $\mathcal{T}_1 \longrightarrow \mathcal{T}_2$ de duas máquinas de Turing $\mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$, está contida em $L(\mathcal{T}_1) \cap L(\mathcal{T}_2)$.

(Fim)

$$\text{Cotação:} \quad \begin{cases} \textbf{1}.\ 3{,}5 \text{ valores } (1 + 1 + 1{,}5) \\ \textbf{2}.\ 4 \text{ valores } (2{,}5 + 1{,}5) \\ \textbf{3}.\ 3{,}5 \text{ valores } (1{,}5 + 1 + 1) \\ \textbf{4}.\ 5 \text{ valores } (1 + 1 + 1 + 1 + 1) \\ \textbf{5}.\ 4 \text{ valores } (1 + 1 + 1 + 1) \end{cases}$$