Universidade do Minho	16 de dezembro de 2024
2º Teste de	
Computabilidade e Complexidade	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2 horas

Este teste é constituído por 5 perguntas. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $h : \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ a função obtida por recursão primitiva das funções $f : (x, y) \mapsto xy$ e $g : (x, y, z, w) \mapsto x^2 + w + 3$.

a) Identifique a função h.

b) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.

c) Determine a função M_e de minimização da função

$$e(x,y) = monus(x, y+1) = \begin{cases} x - y - 1 & \text{se } x > y+1 \\ 0 & \text{se } x \leq y+1 \end{cases}.$$

d) Mostre, sem construir uma máquina de Turing, que M_e é uma função computável.

2. Seja $A : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ a função de Ackermann que, recorde, é uma função total definida por:

i) $A(0, y) = y + 1$; **ii)** $A(x+1, 0) = A(x, 1)$; **iii)** $A(x+1, y+1) = A\big(x, A(x+1, y)\big)$.

a) Determine $A(2, 2)$.

b) Prove que $A(x, y) > x + y$ para todos os $x, y \in \mathbb{N}_0$.

3. Considere os problemas de decisão

- *Pára$_\epsilon$:* dada uma máquina de Turing $\mathscr{T}$, será que $\mathscr{T}$ pára com ϵ?
- *PáraSempre:* dada uma máquina de Turing $\mathscr{T}$, será que $\mathscr{T}$ é um algoritmo?

a) Mostre que *Pára$_\epsilon$* $\leq$ *PáraSempre*.

b) Conclua que o problema *PáraSempre* é indecidível.

4. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

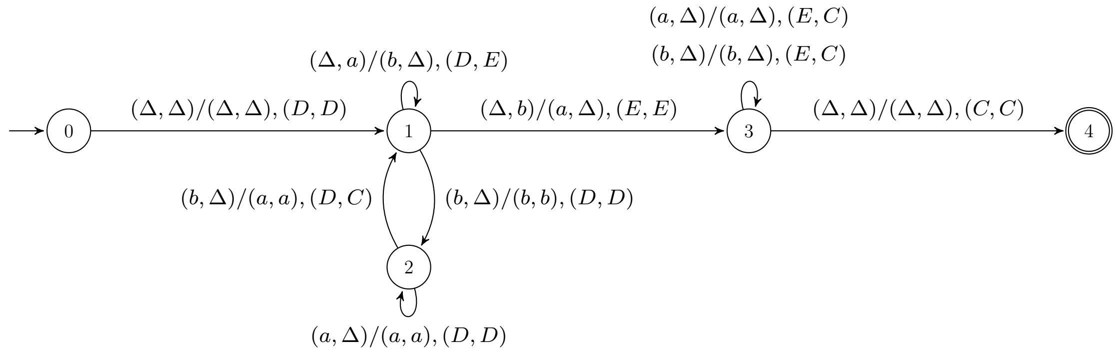
a) O seguinte problema é indecidível: Dada uma máquina de Turing $\mathscr{T}$ de alfabeto A, será que $L(\mathscr{T}) \subseteq A^*$?

b) A função $f(n) = \frac{1}{n^4+2n+1} + n^2 + 1$ é de ordem $\mathscr{O}(n^3)$.

c) Se $f : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ é uma função recursiva primitiva e A é a função de Ackermann, então a função $g : \mathbb{N}_0 \to \mathbb{N}_0$ definida, para cada $x \in \mathbb{N}_0$, por $g(x) = A(x, f(x)) - x$ é total e computável.

(v.s.f.f.)

5. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathscr{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}baaa, \underline{\Delta})$ e diga se a palavra $baaa$ é aceite por $\mathscr{T}$.

b) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathscr{T}$.

c) Identifique a função parcial $g : A^* \to A^*$ calculada por $\mathscr{T}$.

d) Determine a função $tc_{\mathscr{T}}$, de complexidade temporal da máquina $\mathscr{T}$.

e) Mostre que $L \in DTIME(n)$.

f) Sendo K a linguagem $K = \{uu^I : u \in A^*\}$, mostre que $L \leq_p K$.

(Fim)

Cotações	1.	2.	3.	4.	5.
	1,5+1+1,25+1,25	1+1,5	1,75+0,75	1+1+1	1+1,25+1,25+1,25+1+1,25