Universidade do Minho	4 de novembro de 2024
1º Teste de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2 horas

Este teste é constituído por 5 perguntas. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $A = \{a, b, c\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathscr{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	c	Δ
0				$(1, \Delta, D)$
1	$(1, a, D)$	$(1, b, D)$	$(2, c, D)$	
2	$(2, c, D)$	$(2, c, D)$		$(3, \Delta, E)$
3	$(3, a, E)$	$(3, b, E)$	$(3, c, E)$	$(4, \Delta, C)$

A máquina $\mathscr{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathscr{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}abbabacaaba)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Seja $A = \{a, b\}$. Mostre que a função

$$\begin{array}{rccl} g: & A^* \times A^* & \longrightarrow & \mathbb{N}_0 \\ & (u, v) & \longmapsto & \begin{cases} |u| & \text{se } |u| \text{ é par} \\ |u| + |v| & \text{se } |u| \text{ é ímpar} \end{cases} \end{array}$$

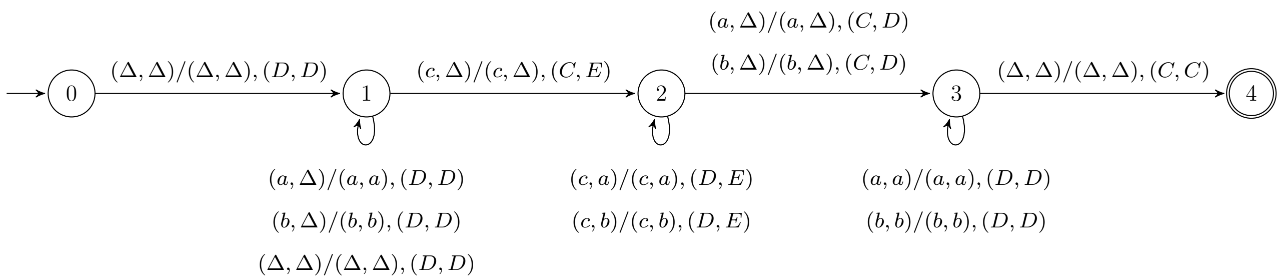
é Turing-computável.

3. Considere a linguagem

$$L = \{a^m b^{m+n} a^n : m, n \in \mathbb{N}_0\}$$

sobre o alfabeto $A = \{a, b\}$. Construa uma máquina de Turing (usual ou com duas fitas) que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

4. Seja $\mathscr{T}$ a seguinte máquina de Turing com duas fitas sobre o alfabeto $A = \{a, b, c\}$,



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}abbacccaab, \underline{\Delta})$ e diga se a palavra $abbacccaab$ é aceite por $\mathscr{T}$.

b) Para que palavras $u \in A^*$, $(0, \underline{\Delta}u, \underline{\Delta})$ é uma configuração de ciclo?

c) Para que palavras $v \in A^*$, a partir de $(0, \underline{\Delta}v, \underline{\Delta})$ pode ser computada uma configuração de rejeição?

d) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathscr{T}$. Justifique.

e) Diga, justificando, se a linguagem L é recursiva.

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) Se $\mathscr{T}$ é uma máquina de Turing sobre o alfabeto A que reconhece A^*, então $\mathscr{T}$ é um algoritmo.

b) A palavra $x^2yx^2yxyx^3yxyx^3y^2x^3yx^2yx^3yxyx^2y^2x^2yx^3yxyxyxy^2$ é o código de uma máquina de Turing com exatamente 3 estados.

c) Existem linguagens recursivas L e K tais que $L \cup \overline{K}$ não é recursivamente enumerável.

d) Se $\mathscr{T}_1$ e $\mathscr{T}_2$ são máquinas de Turing tais que $L(\mathscr{T}_1) = a^*$ e $L(\mathscr{T}_2) = b^*$, então a linguagem reconhecida pela composição sequencial $\mathscr{T}_1 \longrightarrow \mathscr{T}_2$ é $\emptyset$.

(Fim)

Cotação:
- **1**. 4,5 valores (1 + 1 + 1,25 + 1,25)
- **2**. 2,5 valores
- **3**. 2,5 valores
- **4**. 5,5 valores (1 + 1,25 + 1 + 1,25 + 1)
- **5**. 5 valores (1,25 + 1,25 + 1,25 + 1,25)