Universidade do Minho	10 de novembro de 2023
1º Teste de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2 horas

Este teste é constituído por 5 perguntas. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $A = \{a, b\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathscr{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}, A, A \cup \{1, \Delta\}, \delta, 0, 6, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	1	Δ
0				$(1, \Delta, D)$
1	$(1, 1, D)$			$(2, 1, D)$
2	$(2, 1, D)$	$(2, 1, D)$		$(3, \Delta, E)$
3			$(4, \Delta, E)$	
4			$(5, \Delta, E)$	
5			$(5, 1, E)$	$(6, \Delta, C)$

A máquina $\mathscr{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \times A^* \to \mathbb{N}_0$.

a) Represente $\mathscr{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aa\Delta babba)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $(u, v) \in D$, determine a palavra $g(u, v)$.

2. Seja A o alfabeto $\{a, b, c\}$. Considere a linguagem

$$L = \{a^{2n}(bc)^n : n \in \mathbb{N}_0\}.$$

Construa uma máquina de Turing (usual ou com duas fitas) que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

3. Considere os problemas de decisão

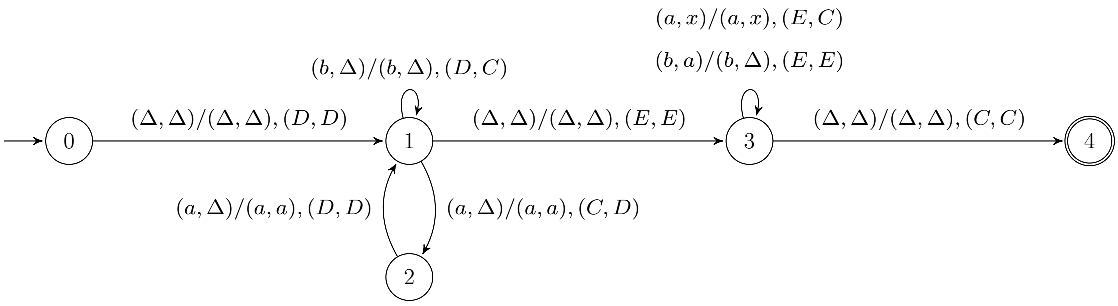
- *Aceita$_\epsilon$:* dada uma máquina de Turing $\mathscr{T}$, será que $\mathscr{T}$ aceita a palavra ϵ?
- *AceitaAlgo:* dada uma máquina de Turing $\mathscr{T}$, será que $\mathscr{T}$ aceita alguma palavra?

a) Mostre que *Aceita$_\epsilon$* $\leq$ *AceitaAlgo*.

b) Conclua que o problema *AceitaAlgo* é indecidível.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathscr{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas, onde $x \in \{a, \Delta\}$,



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}abbbab, \underline{\Delta})$ e diga se a palavra $abbbab$ é aceite por $\mathscr{T}$.

b) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathscr{T}$.

c) Diga, justificando, se existe alguma linguagem regular K tal que $K \cup L$ seja não recursiva.

d) Diga, justificando, se o seguinte problema é decidível: Dada uma linguagem recursivamente enumerável K, será que $K \subseteq L$?

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) Se L é uma linguagem não recursivamente enumerável, então $\overline{L}$ também não é recursivamente enumerável.

b) Se L é uma linguagem recursiva e $\mathscr{T}$ é uma máquina de Turing que reconhece L, então $\mathscr{T}$ é um algoritmo.

c) A função característica χ_L da linguagem

$$NAA_2 = \{w \in \{x, y\}^* \mid w \neq \boldsymbol{c}(\mathscr{T}) \text{ para toda a máquina de Turing } \mathscr{T}\}$$

é Turing-computável.

d) A linguagem reconhecida pela composição sequencial $\mathscr{T}_1 \longrightarrow \mathscr{T}_2$, de duas máquinas de Turing $\mathscr{T}_1$ e $\mathscr{T}_2$, está contida na linguagem reconhecida pela máquina $\mathscr{T}_1$.

(Fim)

Cotação:
- **1**. 4,5 valores (1 + 1 + 1,25 + 1,25)
- **2**. 2,5 valores
- **3**. 3 valores (2 + 1)
- **4**. 5 valores (1,25 + 1,25 + 1,25 + 1,25)
- **5**. 5 valores (1,25 + 1,25 + 1,25 + 1,25)