Universidade do Minho	16 de janeiro de 2024
Exame de recurso de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2h15min

Este exame é constituído por 5 perguntas. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $A = \{a, b\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	Δ
0			$(1, \Delta, D)$
1	$(2, a, D)$		
2	$(1, b, D)$		$(3, b, E)$
3	$(3, a, E)$	$(3, b, E)$	$(4, \Delta, C)$

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Identifique o domínio D da função g.

c) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e a linguagem

$$L = \{a^n b^{2n} a^n : n \in \mathbb{N}_0\}.$$

a) Construa uma máquina de Turing que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

b) Explique se o problema de decisão $P(w)$: "$w \in L$ e $|w|_a$ é par" é ou não decidível.

c) Sendo $K = \{a^n b^n : n \in \mathbb{N}_0\}$, mostre que $K \leq_p L$.

3. Seja $h : \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ a função definida, para cada $(x, y, z) \in \mathbb{N}_0^3$, por $h(x, y, z) = x + yz$.

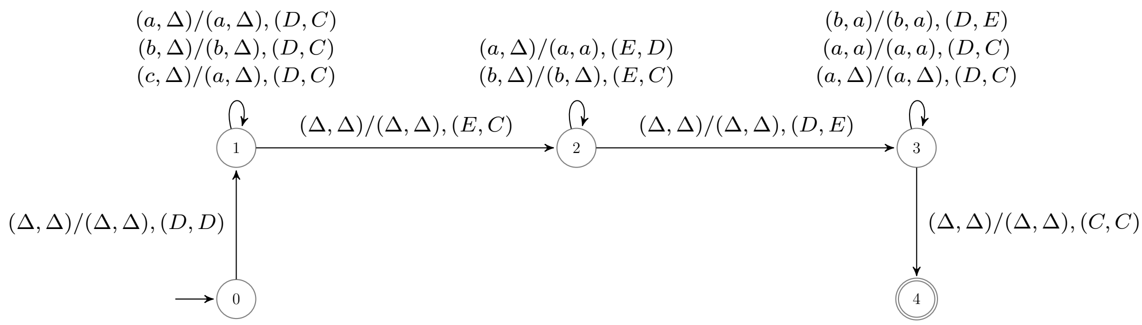
a) Defina recursivamente a função h. Ou seja, determine funções $f : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ e $g : \mathbb{N}_0^4 \to \mathbb{N}_0$ tais que $h = \mathrm{Rec}(f, g)$.

b) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.

c) Determine a função M_h de minimização de h.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b, c\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas,



a) Justifique, indicando as computações realizadas, se a palavra *abbabcba* é aceite por $\mathcal{T}$.

b) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.

c) Determine a função de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.

d) Mostre que $L \in DTIME(n)$.

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) O seguinte problema é decidível: Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, será que $\mathcal{T}$ aceita uma única palavra?

b) Se L é uma linguagem recursiva, $\mathcal{T}$ é uma máquina de Turing que aceita L e $w \in \overline{L}$, então $\mathcal{T}$ rejeita w.

c) Existem máquinas de Turing $\mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ tais que $L(\mathcal{T}_1) = \emptyset$ e $L(\mathcal{T}_1 \longrightarrow \mathcal{T}_2) \neq \emptyset$.

d) A função $f(n) = \frac{2n^4+n^3+3n+1}{n^2+2n+3}$ é de ordem $\mathcal{O}(n^2)$.

(Fim)

Cotação:
- **1**. 3,5 valores (1 + 1,25 + 1,25)
- **2**. 4,5 valores (2 + 1 + 1,5)
- **3**. 3,5 valores (1,25 + 1 + 1,25)
- **4**. 4,5 valores (1 + 1,25 + 1,25 + 1)
- **5**. 4 valores (1 + 1 + 1 + 1)