Universidade do Minho	3 de fevereiro de 2023
Exame de recurso de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2h15min

Este exame é constituído por 5 perguntas. Todas as respostas devem ser devidamente ***justificadas****.*

1. Seja $A = \{a, b\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	Δ
0			$(1, \Delta, D)$
1	$(1, b, D)$	$(1, a, D)$	$(2, \Delta, E)$
2	$(2, a, E)$	$(3, b, E)$	
3	$(3, b, E)$	$(3, a, E)$	$(4, \Delta, C)$

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}babaaabb)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $u \in D$, determine a palavra $g(u)$.

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e a linguagem

$$L = \{a^m b^k a^n : m, n \in \mathbb{N}_0, k = m + n\}.$$

a) Construa uma máquina de Turing que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

b) Explique se o problema de decisão $P(w)$: "$w \in L$ e $|w|_a$ é par" é ou não decidível.

c) Sendo $K = \{b^n a^n : n \in \mathbb{N}_0\}$, mostre que $L \leq_p K$.

3. Seja h a função obtida por recursão primitiva das funções $f : x \mapsto x + 1$ e $g : (x, y, z) \mapsto x + z$.

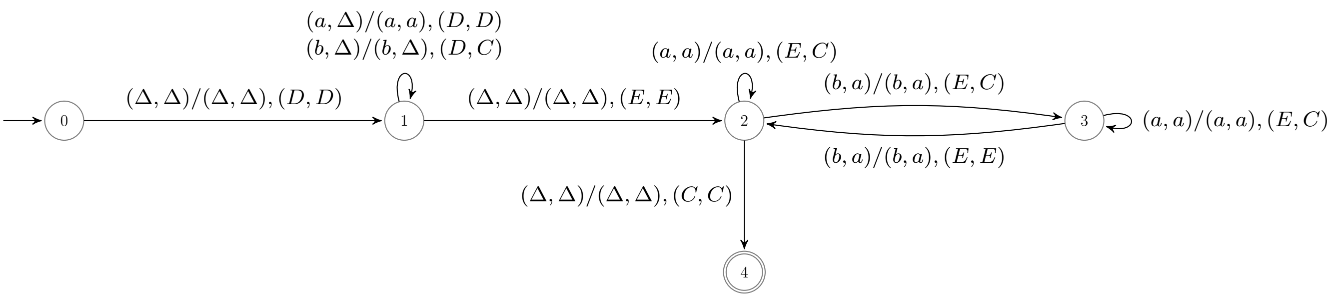
a) Identifique a função h.

b) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.

c) Determine a função M_g de minimização de g.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas,



a) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}abbbab, \underline{\Delta})$ e diga se a palavra *abbbab* é aceite por $\mathcal{T}$.

b) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.

c) Determine a função de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.

d) Mostre que $L \in DTIME(n)$.

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) O seguinte problema é decidível: Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, será que $L(\mathcal{T})$ é aceite em tempo polinomial?

b) Se L é uma linguagem recursivamente enumerável e K é uma linguagem recursiva, então $L \cap K$ é uma linguagem recursiva.

c) Existem máquinas de Turing $\mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$ tais que $L(\mathcal{T}_1) \neq \emptyset$ e $L(\mathcal{T}_1 \longrightarrow \mathcal{T}_2) = \emptyset$.

d) A função $f(n) = \frac{1}{2n^3+n+1} + 3n^2 + n + 2$ é de ordem $\mathcal{O}(n^3)$.

(Fim)

$$\text{Cotação:} \quad \left\{ \begin{array}{l} \textbf{1}.\ \text{3,75 valores } (1 + 0{,}75 + 1 + 1) \\ \textbf{2}.\ \text{4,5 valores } (2 + 1 + 1{,}5) \\ \textbf{3}.\ \text{3,5 valores } (1{,}25 + 1 + 1{,}25) \\ \textbf{4}.\ \text{4,25 valores } (0{,}75 + 1{,}25 + 1{,}25 + 1) \\ \textbf{5}.\ \text{4 valores } (1 + 1 + 1 + 1) \end{array} \right.$$