Universidade do Minho	11 de fevereiro de 2022
Exame de recurso de **Computabilidade e Complexidade**	
Lic. Ciências da Computação	Duração: 2h15min

*Este exame é constituído por 5 questões. Todas as respostas devem ser devidamente **justificadas**.*

1. Seja $A = \{a, b, c\}$. Considere a máquina de Turing

$$\mathcal{T} = (\{0, 1, 2, 3, 4\}, A, A \cup \{\Delta\}, \delta, 0, 4, \Delta)$$

onde a função transição δ é definida pela tabela seguinte:

δ	a	b	c	Δ
0				$(1, \Delta, D)$
1	$(1, b, D)$			$(2, c, D)$
2		$(2, c, D)$		$(3, \Delta, E)$
3	$(3, a, E)$	$(3, b, E)$	$(3, c, E)$	$(4, \Delta, C)$

A máquina $\mathcal{T}$ calcula uma função parcial $g : A^* \times A^* \to A^*$.

a) Represente $\mathcal{T}$ graficamente.

b) Indique a sequência de configurações que podem ser computadas a partir da configuração $(0, \underline{\Delta}aaa\Delta bbab)$.

c) Identifique o domínio D da função g.

d) Para cada elemento $(u, v) \in D$, determine a palavra $g(u, v)$.

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e a linguagem

$$L = \{a^n u a^n : n \in \mathbb{N}_0, u \in \{b, c\}^*, |u| = n\}.$$

a) Construa uma máquina de Turing que reconheça L e descreva informalmente a estratégia dessa máquina.

b) Explique se o problema de decisão $P(w)$: "$w \in L$?" é ou não decidível.

3. Seja $h : \mathbb{N}_0^3 \to \mathbb{N}_0$ a função definida, para cada $(x, y, z) \in \mathbb{N}_0^3$, por $h(x, y, z) = (x + z)(y + 1)$.

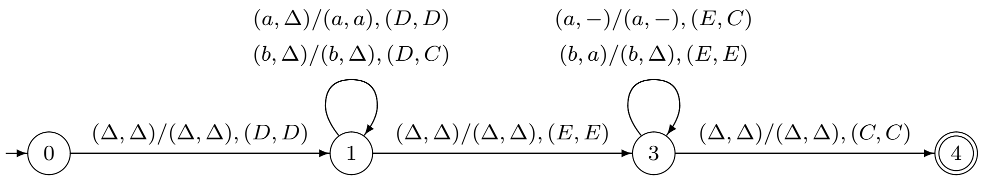
a) Defina recursivamente a função h. Ou seja, determine funções $f : \mathbb{N}_0^2 \to \mathbb{N}_0$ e $g : \mathbb{N}_0^4 \to \mathbb{N}_0$ tais que $h = \mathrm{Rec}(f, g)$.

b) Mostre que h é uma função recursiva primitiva.

c) Determine a função M_h de minimização de h.

(v.s.f.f.)

4. Seja $A = \{a, b\}$ e seja $\mathcal{T}$ a seguinte máquina de Turing sobre A com duas fitas,



a) Identifique a linguagem L reconhecida por $\mathcal{T}$.

b) Determine a função de complexidade temporal da máquina $\mathcal{T}$.

c) Mostre que $L \in DTIME(n)$.

d) Sendo $K = \{1^n : n \in \mathbb{N}_0 \text{ é par}\}$, mostre que $L \leq_p K$.

5. Diga, justificando, quais das afirmações seguintes são verdadeiras e quais são falsas.

a) O seguinte problema é decidível: Dada uma máquina de Turing $\mathcal{T}$, será que $L(\mathcal{T})$ é aceite em tempo polinomial?

b) A função característica χ_{AA} da linguagem AutoAceite é Turing-computável.

c) Existem uma linguagem regular K e uma linguagem recursiva L tais que $K \cap L$ não seja aceite por qualquer máquina de Turing.

d) Tem-se $L(\mathcal{T}_1) \subseteq L(\mathcal{T}_1 \longrightarrow \mathcal{T}_2)$ para a composição sequencial $\mathcal{T}_1 \longrightarrow \mathcal{T}_2$ de quaisquer máquinas de Turing $\mathcal{T}_1$ e $\mathcal{T}_2$.

(Fim)

Cotação: $\begin{cases} \textbf{1}.\ \text{4 valores } (1+1+1+1) \\ \textbf{2}.\ \text{3,5 valores } (2{,}5+1) \\ \textbf{3}.\ \text{3,5 valores } (1{,}5+1+1) \\ \textbf{4}.\ \text{5 valores } (1{,}25+1{,}25+1+1{,}5) \\ \textbf{5}.\ \text{4 valores } (1+1+1+1) \end{cases}$