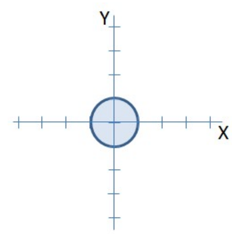
Ficha de Consolidação I

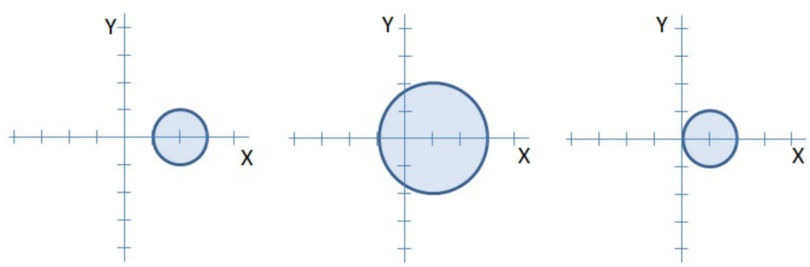
Transformações Geométricas

1. Considere uma primitiva gráfica para desenhar uma esfera com centro na origem e raio unitário, e a aplicação da seguinte sequência de transformações geométricas à esfera:

```
glScale(2,2,2);
glTranslate(1,0,0);
glScale(0.5, 0.5, 0.5);
esfera();
```



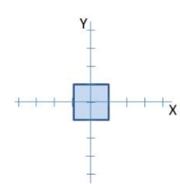
Qual das seguintes opções corresponde à esfera transformada? Justifique, indicando cada um dos passos intermédios.



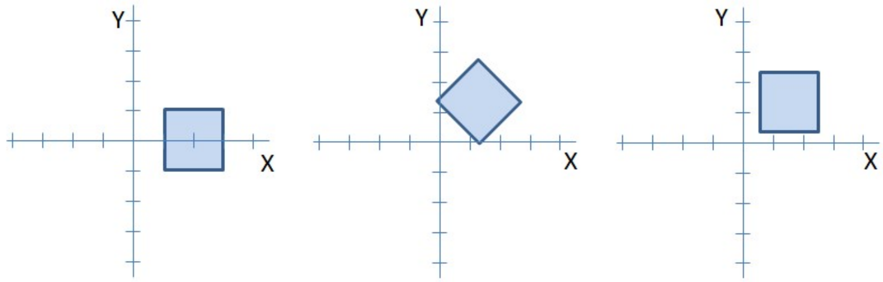
a) b) c)

2. Considere uma primitiva gráfica para desenhar um cubo com centro na origem e lado com dimensão de 2 unidades, e a seguinte sequência de transformações geométricas a aplicar ao cubo:

```
glRotate(45, 0.0, 0.0, 1.0);
gltranslate(2.0 , 0.0 , 0.0);
glRotate(-45, 0.0, 0.0, 1.0);
```



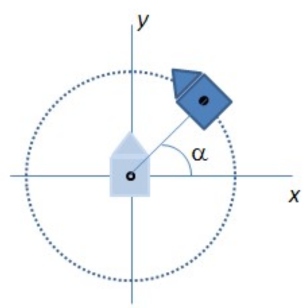
Qual das seguintes opções corresponde ao cubo transformado? Justifique, indicando cada um dos passos intermédios.



3. Considere o objecto “casa” que por omissão é desenhado centrado na origem (casa clara). Considere que se pretende colocar o objecto na circunferência de raio unitário, com centro na origem, como ilustrado na figura (casa escura). Escreva os parâmetros das seguintes alternativas de sequências de transformações geométricas para obter o resultado pretendido:

a) glTranslate(____, ____, ____);
glRotate(____, ____, ____, ____);
desenhaCasa();

b) glRotate(____, ____, ____, ____);
glTranslate(____, ____, ____);
desenhaCasa();



4. Considere um conjunto matrizes representativas de transformações geométricas 3D básicas, em que translações são representados por T_i, rotações por R_i, e escalas por S_i. Para cada afirmação que se segue indique se é verdadeira ou falsa. Apresente um contra-exemplo para as afirmações falsas e um exemplo ilustrativo para as verdadeiras.

i. $T_1 \times R_1 = R_1 \times T_1$

ii. $T_1 \times S_1 = S_1 \times T_1$

iii. $T_1 \times T_2 = T_2 \times T_1$

iv. Para cada par (T_1, S_1) existe um par (T_2, S_2), tal que $T_1 \times S_1 = S_2 \times T_2$

v. $R_1 \times R_2 = R_2 \times R_1$

5. Considere a matriz A, obtida após uma sequência de transformações geométricas. Indique a sequência <u>incorrecta</u> para gerar a matriz A a partir da matriz identidade.

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

a)
```
glTranslatef(2, 2, 2);
glScalef(2, 2, 2);
```

b)
```
glScalef(2, 2, 2);
glTranslatef(1, 1, 1);
```

c)
```
glScalef(2, 2, 2);
glTranslatef(2, 2, 2);
```

---

6. A composição de transformações geométricas é em certos casos comutativa, embora no caso geral não o seja.
   a. Mostre geometricamente que a composição de transformações geométricas compostas exclusivamente por translações é comutativa.

   b. Mostre algebricamente que a composição de transformações geométricas compostas exclusivamente por escalas é comutativa.

   c. Mostre, através de um exemplo geométrico , que a composição de duas transformações geométricas, sendo uma delas uma translação e a outra uma escala, não é comutativa.

---

7. Considere a seguinte matriz 2D

$$M = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   a) Desenhe o sistema de coordenadas global e local (após transformação)
   b) Desenhe o ponto p(1,1) e a sua transformação (p'=Mp). Verifique que o ponto transformado tem coordenadas (1,1) no sistema local de coordenadas.

---

8. Considere a seguinte matriz 2D

$$M = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

   a) Aplique a matrix ao ponto (2,1).
   b) Desenhe o sistema de coordenadas global e local (após transformação)
   c) Desenhe o ponto (2,1) e a sua transformação. Verifique que o ponto transformado tem coordenadas (2,1) no sistema local de coordenadas.

---

9. Construa a matrix de rotação em torno do eixo do Z com um ângulo de 45º.

a) Aplique a matrix ao ponto (0.707,0.707,0).
b) Sem realizar cálculos, calcule a inversa da matrix construída.
c) Aplique a inversa ao ponto transformado e verifique que o resultado é o ponto original

---

10. Considere o ponto $p(1,2,3)$ e o ponto $q(3,4,3)$.

a) Defina uma matriz de escala S tal que $q = Sp$
b) Defina uma matriz de translação T tal que $q = Tp$