Laboratórios de Algoritmia II

Pesquisa exaustiva

Pesquisa exaustiva

- Técnica genérica de resolução de problemas
- Também conhecida por pesquisa por “força bruta”
- Enumera todos os possíveis candidatos a solução até encontrar um que seja válido
- Eficiência proporcional ao número de candidatos
- Infelizmente, o número de candidatos tende a crescer muito rápido quando comparado com o tamanho do problema…
- Mas para muitos problemas é a melhor técnica de resolução

Algoritmo básico

```
# devolve o primeiro candidato para um problema p
def first(p):

# dado um candidato c devolve o próximo candidato para p
def next(p,c):

# testa se um candidato c é uma solução válida para p
def valid(p,c):

# procurar solução para p com pesquisa exaustiva
def search(p):
    c = first(p)
    while (c != None):
        if valid(p,c):
            return c
        c = next(p,c)
```

Substring

- Dadas duas strings `s` e `m`, determinar em que posição `m` ocorre em `s` usando pesquisa exaustiva

- Os candidatos a solução são todas posições de `s` onde `m` pode ocorrer

Substring

```
def first(s,m):
    return 0

def next(s,m,c):
    if c < len(s):
        return c+1

def valid(s,m,c):
    return s[c:c+len(m)] == m

def search(s,m):
    c = first(s,m)
    while (c != None):
        if valid(s,m,c):
            return c
        c = next(s,m,c)
```

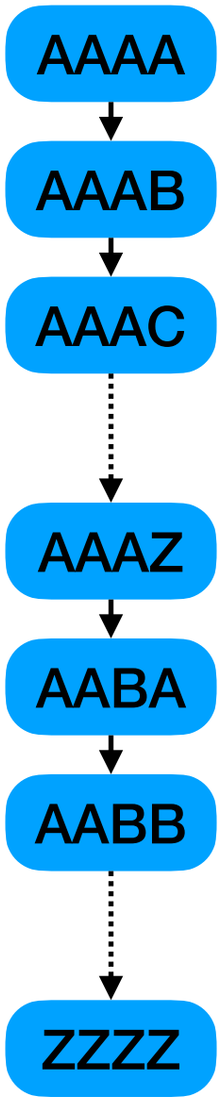
Password hacking

- Um sistema tem passwords de 4 caracteres maiúsculos
- Por questões de segurança só é guardado e comparado o hash da password
- Um hacker rouba o ficheiro com os hashes
- Dado um hash `h` quer descobrir a respectiva password usando pesquisa exaustiva
- Os candidatos a solução são todas as sequências possíveis de 4 caracteres maiúsculos

Password hacking

```
def first(h):
    return ['A']*4

def next(h,c):
    i = len(c) - 1
    while i >= 0 and c[i] == 'Z':
        c[i] = 'A'
        i = i-1
    if i < 0:
        return None
    c[i] = chr(ord(c[i])+1)
    return c

def valid(h,c):
    return h == hash(c)

def search(h):
    c = first(h)
    while (c != None):
        if valid(h,c):
            return c
        c = next(h,c)
```

Password hacking



Backtracking

- Quando os candidatos são compostos por vários elementos (sequências, dicionários, etc) é possível usar uma técnica de enumeração diferente

- Os candidatos são construídos incrementalmente acrescentando um elemento de cada vez até o candidato estar completo

- Depois de testar um candidato completo ou abandonar um candidato parcial inviável, faz-se backtracking para explorar outras alternativas

- Pode levar a ganhos de eficiência consideráveis

Backtracking (versão para listas)

```
# testa se o candidato c está completo
def complete(p,c):

# enumera as extensões válidas para o candidato parcial c
def extensions(p,c):

# testa se um candidato c é uma solução válida para p
def valid(p,c):
```

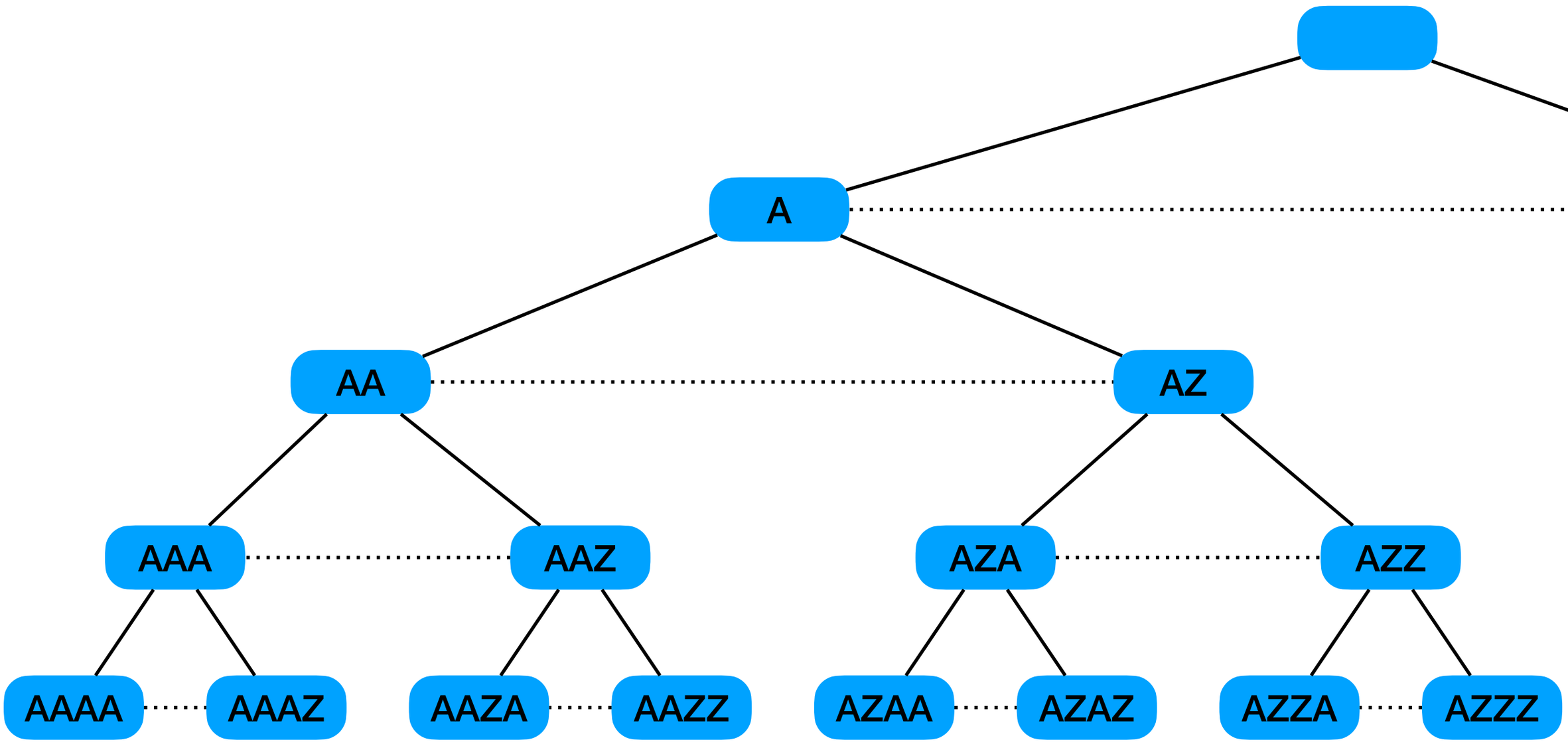
```
# procurar solução para p com pesquisa exaustiva
def search(p):
    c = []
    if aux(p,c):
        return c

def aux(p,c):
    if complete(p,c):
        return valid(p,c)
    for x in extensions(p,c):
        c.append(x)
        if aux(p,c):
            return True
        c.pop()
    return False
```

Password hacking

```
def complete(h,c):
    return len(c) == 4

def extensions(h,c):
    return [chr(x) for x in range(ord('A'),ord('Z')+1)]

def valid(h,c):
    return h == hash(c)
```

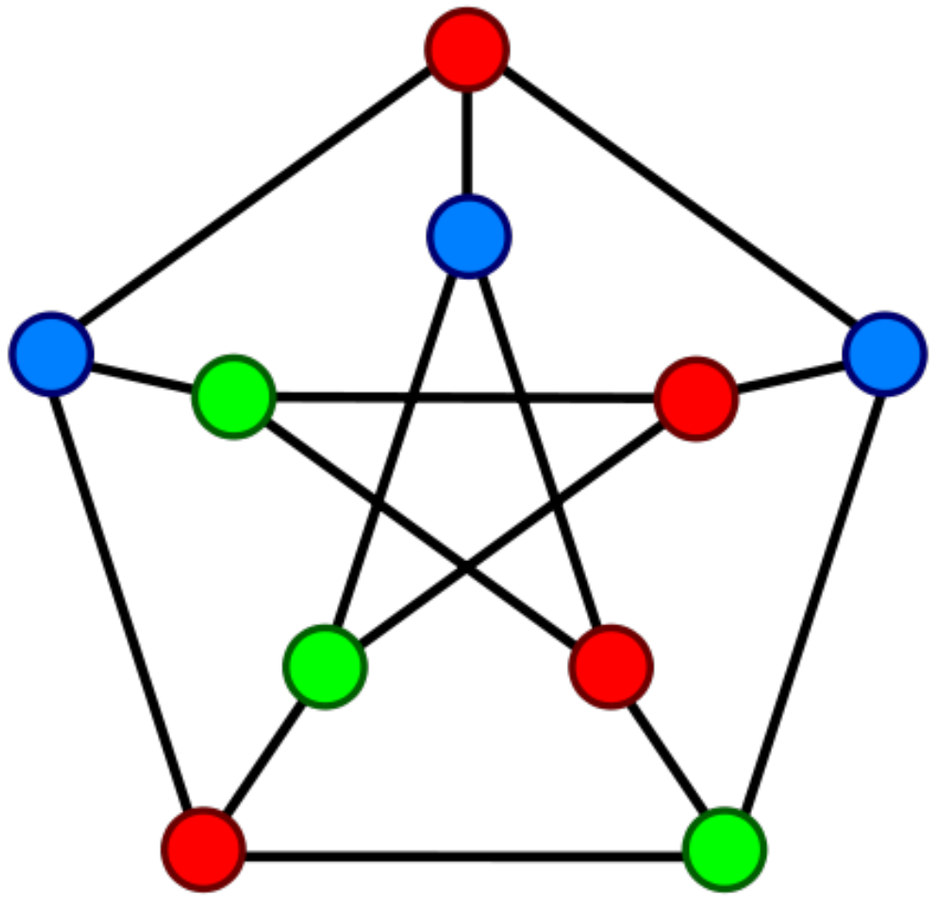
```
def search(h):
    c = []
    if aux(h,c):
        return c

def aux(h,c):
    if complete(h,c):
        return valid(h,c)
    for x in extensions(h,c):
        c.append(x)
        if aux(h,c):
            return True
        c.pop()
    return False
```

Password hacking



Coloração de grafos

- Testar se é possível colorir os nós de um grafo com `k` cores
- Uma coloração só é válida se nós adjacentes tiverem cores diferentes
- O número cromático de um grafo é o número mínimo de cores que é necessário para colorir um grafo



Backtracking
(versão para dicionários)

```
# testa se o candidato c está completo
def complete(p,c):

# enumera as extensões válidas para o candidato parcial c
def extensions(p,c):

# testa se um candidato c é uma solução válida para p
def valid(p,c):
```

```
# procurar solução para p com pesquisa exaustiva
def search(p):
    c = {}
    if aux(p,c):
        return c

def aux(p,c):
    if complete(p,c):
        return valid(p,c)
    for i,x in extensions(p,c):
        c[i] = x
        if aux(p,c):
            return True
        c.pop(i)
    return False
```

Coloração de grafos

```
def complete(adj,k,c):
    return len(adj) == len(c)

def extensions(adj,k,c):
    i = list(adj.keys())[len(c)]
    return [(i,x) for x in range(k)]

def valid(adj,k,c):
    for o in adj:
        for d in adj[o]:
            if c[o] == c[d]: return False
    return True

def search(adj,k):
    c = {}
    if aux(adj,k,c): return c

def aux(adj,k,c):
    if complete(adj,k,c): return valid(adj,k,c)
    for i,x in extensions(adj,k,c):
        c[i] = x
        if aux(adj,k,c): return True
        c.pop(i)
    return False
```

Coloração de grafos

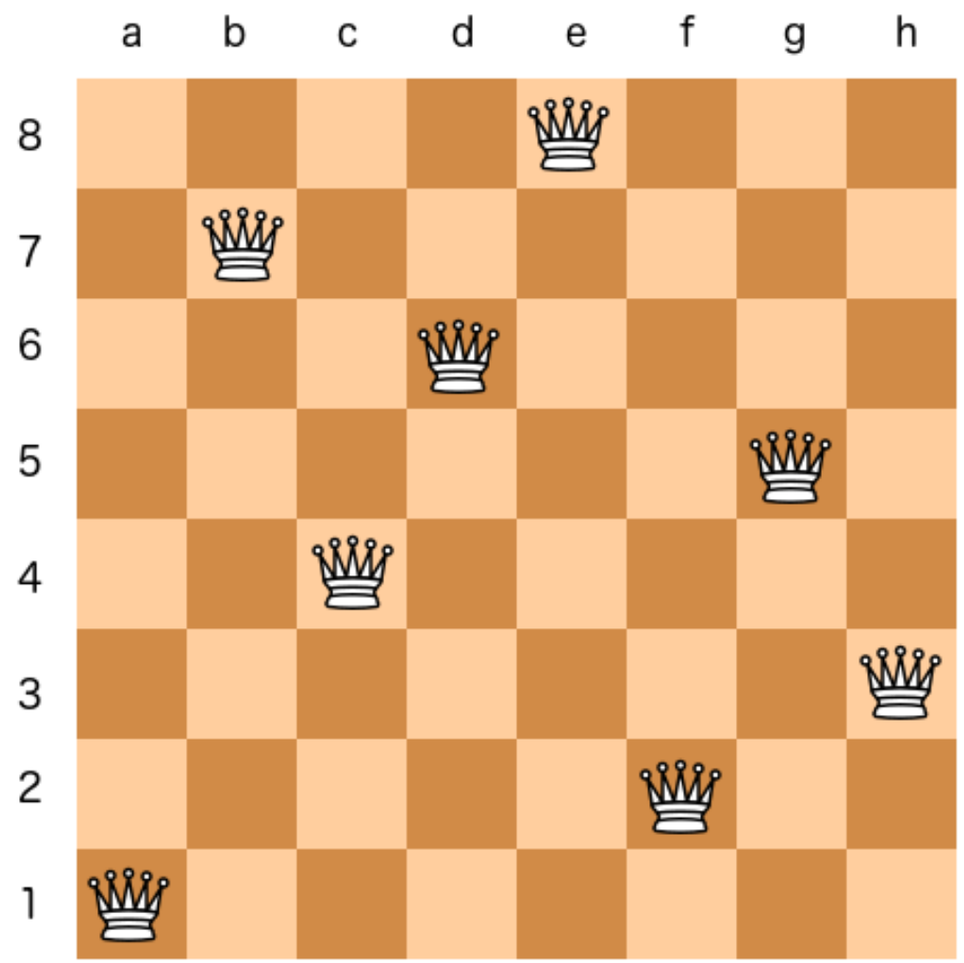
```
def croma(adj):
    k = 0
    while search(adj,k) == None:
        k += 1
    return k
```

Coloração de grafos (optimização)

```
def complete(adj,k,c):
    return len(adj) == len(c)

def extensions(adj,k,c):
    i = list(adj.keys())[len(c)]
    cv = [c[x] for x in adj[i] if x in c]
    return [(i,x) for x in range(k) if x not in cv]

def valid(adj,k,c):
    return True

def search(adj,k):
    c = {}
    if aux(adj,k,c): return c

def aux(adj,k,c):
    if complete(adj,k,c): return valid(adj,k,c)
    for i,x in extensions(adj,k,c):
        c[i] = x
        if aux(adj,k,c): return True
        c.pop(i)
    return False
```

Rainhas

- Considere um tabuleiro de xadrez de dimensão `n`
- Determinar se é possível posicionar n rainhas no tabuleiro sem que se ataquem mutuamente



Rainhas

```
def complete(n,pos):
    return len(pos) == n

def extensions(n,pos):
    return [(x,y) for x in range(n) for y in range(n)]

def valid(n,pos):
    for i in range(n):
        for j in range(i+1,n):
            (x0,y0) = pos[i]
            (x1,y1) = pos[j]
            if x0==x1 or y0==y1 or x0+y0==x1+y1 or y0-x0==y1-x1: return False
    return True

def search(n):
    pos = []
    if aux(n,pos): return pos

def aux(n,pos):
    if complete(n,pos): return valid(n,pos)
    for p in extensions(n,pos):
        pos.append(p)
        if aux(n,pos): return True
        pos.pop()
    return False
```

Rainhas (optimização 1)

```
def complete(n,pos):
    return len(pos) == n

def extensions(n,pos):
    return [(len(pos),y) for y in range(n)]

def valid(n,pos):
    for i in range(n):
        for j in range(i+1,n):
            (x0,y0) = pos[i]
            (x1,y1) = pos[j]
            if y0==y1 or x0+y0==x1+y1 or y0-x0==y1-x1: return False
    return True

def search(n):
    pos = []
    if aux(n,pos): return pos

def aux(n,pos):
    if complete(n,pos): return valid(n,pos)
    for p in extensions(n,pos):
        pos.append(p)
        if aux(n,pos): return True
        pos.pop()
    return False
```

Rainhas
(optimização 2)

```
def complete(n,pos):
    return len(pos) == n

def ok(n,pos,x,y):
    for (x0,y0) in pos:
        if y0==y or x0+y0==x+y or y0-x0==y-x: return False
    return True

def extensions(n,pos):
    return [(len(pos),y) for y in range(n) if ok(n,pos,len(pos),y)]

def valid(n,pos):
    return True

def search(n):
    pos = []
    if aux(n,pos): return pos

def aux(n,pos):
    if complete(n,pos): return valid(n,pos)
    for p in extensions(n,pos):
        pos.append(p)
        if aux(n,pos): return True
        pos.pop()
    return False
```