Universidade do Minho — LCC e LMAT
Dep. Matemática — 2022/2023

Autómatos e Linguagens Formais

Teste — 26 de maio de 2023 — duração: 115 minutos

Nome: ____________________ Número: __________

Cada uma das questões do **Grupo I** *deve ser respondida no espaço disponibilizado a seguir à questão, sem apresentação de justificações. As respostas às questões do* **Grupo II** *devem ser apropriadamente justificadas e respondidas na "Folha de Teste".*

Grupo I

1. Considere o alfabeto $A = \{0, 1\}$ e as linguagens $L_1 = \{\epsilon, 0\}$ e $L_2 = \{00, 11\}$.

   (a) Determine $(L_1L_2)^I$.

   Resposta:

   (b) Determine ${L_2}^0 \cup {L_2}^1 \cup {L_2}^2$.

   Resposta:

   (c) Indique uma expressão regular r sobre A tal que $\mathcal{L}(r) = {L_2}^* L_1$.

   Resposta:

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e a expressão regular $r_0 = (a^* + (bb)^*)^*$.

   (a) Determine $L_0 = \{u \in A^* : |u| \leq 3 \wedge u \in \mathcal{L}(r_0)\}$.

   Resposta:

   (b) Indique se cada uma das duas seguintes afirmações é ou não verdadeira.

   i) $(a + b^*b)^* \leq r_0$. Resposta:

   ii) $r_0 \leq (a^*(bb)^*)^*$. Resposta:

   (c) Desenhe (graficamente) um autómato finito que reconheça $\mathcal{L}(r_0)$. Podem ser utilizadas transições-ϵ.

   Resposta:

3. Considere o autómato $\mathcal{A} = (\{0, 1\}, \{a, b\}, \delta, 0, \{1\})$, cuja função transição δ é dada pela tabela:

δ	0	1
a	$\{1\}$	$\emptyset$
b	$\emptyset$	$\{0, 1\}$

   (a) Determine o conjunto das palavras de comprimento 3 que sejam etiqueta de algum caminho com origem 1 e destino 1.

   Resposta:

(b) Indique um sistema de equações lineares à direita associado a $\mathcal{A}$.

Resposta:

(c) Indique uma expressão regular r sobre A tal que $\mathcal{L}(r) = L(\mathcal{A})$.

Resposta:

(d) Desenhe (graficamente) um autómato finito determinista que reconheça $L(\mathcal{A})$.

Resposta:

4. Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e a gramática independente de contexto $G = (\{S\}, A, S, P)$, onde as produções de P são:

$$S \rightarrow \epsilon \mid aSbS \mid bSaS \ .$$

(a) Determine $L_0 = \{u \in A^* : |u| \leq 3 \wedge u \in L(G)\}$.

Resposta:

(b) Indique duas derivações de $abab$ a partir de S que não sejam essencialmente iguais.

Resposta:

(c) (i) Indique um autómato de pilha E com 1 estado, que use o critério da pilha vazia para reconhecer palavras, tal que $L(E) = L(G)$ (as transições de E podem ser descritas graficamente) e (ii) indique uma computação em E que mostre que ab é reconhecida por E.

Resposta:

Grupo II

Considere o alfabeto $A = \{a, b\}$ e a linguagem $L_0 = \{u \in A^* : |u|_a = |u|_b\}$.

1. Mostre que $L_0^* = L_0$.
2. Mostre que a linguagem L_0 não é regular.
3. Seja L a linguagem sobre A definida indutivamente pelas regras seguintes:

$$1.\ \epsilon \in L \quad 2.\ x \in L \wedge y \in L \Rightarrow axby \in L \quad 3.\ x \in L \wedge y \in L \Rightarrow bxay \in L$$

Mostre, por indução, que:

(a) para todo $u \in A^*$, se $u \in L_0$, então $u \in L$.

(b) para todo $u \in L$, $u \in L(G)$, onde G é a gramática da questão 4 do Grupo I.

Cotações	I.1	I.2	I.3	I.4	II.1	II.2	II.3
	3	3,5	4,25	4,25	1,25	1,25	2,5