Autómatos e Linguagens Formais

Exame — 12 de junho de 2023 — duração: 120 minutos

Nome: ______________________ Número: __________

Cada uma das questões do **Grupo I** *deve ser respondida no espaço disponibilizado a seguir à questão,* *sem apresentação de justificações*. *As respostas às questões do* **Grupo II** *devem ser* *apropriadamente justificadas* *e respondidas na "Folha de Teste".*

Grupo I

1. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e considere as linguagens $L_1 = \{a, c\}$, $L_2 = \{\epsilon, ab, bc\}$ e $L_3 = \{u \in {L_1}^k : k \in \mathbb{N}\}$.

   (a) Determine i) ${L_1}^2$ e ii) ${L_2}^I L_1$.

   Resposta:

   (b) Determine $L_3 \cap \{u \in A^* : |u| \leq 2\}$.

   Resposta:

   (c) Indique uma expressão regular r sobre A tal que $\mathcal{L}(r) = L_2 \cup L_3$.

   Resposta:

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e a expressão regular $r_0 = a(b + c)^* + a^*(b + c)$.

   (a) Determine $L_0 = \{u \in A^* : |u| \leq 2 \wedge u \in \mathcal{L}(r_0)\}$.

   Resposta:

   (b) Indique se cada uma das duas seguintes afirmações é ou não verdadeira.

   i) $(a(b + c))^* \leq r_0$. Resposta:

   ii) $r_0 \leq (a(b + c))^*$. Resposta:

   (c) Desenhe (graficamente) um autómato finito que reconheça $\mathcal{L}(r_0)$. Podem ser utilizadas transições-ϵ.

   Resposta:

3. Considere o autómato $\mathcal{A} = (\{1, 2, 3\}, \{a, b\}, \delta, 1, \{2, 3\})$, cuja função transição δ é dada pela tabela:

δ	1	2	3
a	$\{2, 3\}$	$\{1\}$	$\{1\}$
b	$\emptyset$	$\{2\}$	$\{2\}$

   (a) Determine o conjunto das palavras de comprimento 3 que sejam etiqueta de algum caminho com origem 2 e destino 2.

   Resposta:

(b) Indique um sistema de equações lineares à direita associado a $\mathcal{A}$.

Resposta:

(c) Indique uma expressão regular r sobre A tal que $\mathcal{L}(r) = L(\mathcal{A})$.

Resposta:

(d) Desenhe (graficamente) um autómato finito determinista que reconheça $L(\mathcal{A})$.

Resposta:

4. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e a gramática independente de contexto $G = (\{S, X\}, A, S, P)$, onde as produções de P são: $$\begin{array}{lcl} S & \rightarrow & abSc \mid X \\ X & \rightarrow & b \mid bX \ . \end{array}$$

(a) Determine $L_0 = \{\alpha \in (A \cup \{S, X\})^* : S \overset{2}{\Rightarrow} \alpha\}$.

Resposta:

(b) Indique uma derivação de $abbc$ a partir de S e indique a árvore de derivação por si determinada.

Resposta:

(c) (i) Indique um autómato de pilha E com 1 estado, que use o critério da pilha vazia para reconhecer palavras, tal que $L(E) = L(G)$ (as transições de E podem ser descritas graficamente) e (ii) indique uma computação em E que mostre que $abbc$ é reconhecida por E.

Resposta:

Grupo II

1. Considere de novo o autómato $\mathcal{A}$ da questão 3 do Grupo I.

   (a) Dê exemplo de estados distintos de $\mathcal{A}$ que sejam equivalentes. Justifique.

   (b) Mostre que, para todo $u \in A^*$, se $1 \xrightarrow{u} 1$, então $u \in \mathcal{L}((ab^*a)^*)$.

2. Considere o alfabeto $A = \{a, b, c\}$ e a linguagem $L_1 = \{a^m b^n c^m : m, n \in \mathbb{N}_0 \wedge m < n\}$.

   (a) Mostre que a linguagem L_1 não é regular.

   (b) Mostre que, para todo $u \in A^*$, se $u \in L_1$, então $u \in L(G)$, onde G é a gramática da questão 4 do Grupo I.

Cotações	I.1	I.2	I.3	I.4	II.1	II.2
	3	3,5	4,25	4,25	2,5	2,5