Universidade do Minho
Dep. de Matemática e Aplicações

LCC
2016/2017

Lógica CC

1º Teste A | 9 de novembro de 2016 — duração: 2 horas

nome: ______________________________ número ____________

Grupo I

Este grupo é constituído por 6 questões. Em cada questão, deve dizer se a afirmação indicada é verdadeira (V) ou falsa (F), assinalando o respetivo quadrado. Em cada questão, a cotação atribuída será *1 valor*, *-0,25 valores* ou *0 valores*, consoante a resposta esteja certa, errada, ou não seja assinalada resposta, respetivamente. A cotação total neste grupo é no mínimo *0 valores*.

		V	F
1.	As sequências de formação da fórmula $(\neg p_1 \to p_0)[\neg p_1/p_0]$ de comprimento mínimo têm 4 elementos.	☐	☐
2.	Para quaisquer fórmulas φ e ψ, se φ é subfórmula de ψ, então $subf(\varphi \wedge \psi) = subf(\psi) \cup \{\varphi \wedge \psi\}$.	☐	☐
3.	Para quaisquer fórmulas φ e ψ, se $\varphi \to \psi$ é tautologia e ψ não é tautologia, então φ não é tautologia.	☐	☐
4.	Para qualquer fórmula φ e para qualquer conjunto de fórmulas Γ, se $\Gamma \not\models \varphi$, então $\Gamma \cup \{\varphi\}$ é semanticamente inconsistente.	☐	☐
5.	Em DNP, não existem derivações da fórmula $p_1 \vee p_2$ a partir do conjunto de fórmulas $\{p_1 \leftrightarrow p_2\}$.	☐	☐
6.	Para qualquer conjunto de fórmulas Γ, se Γ é maximalmente consistente e $\neg(p_1 \wedge p_2) \in \Gamma$, então $\neg p_2 \in \Gamma$.	☐	☐

Grupo II

Nas questões 1.(a), 1.(c), 2. e 3.(a), apresente a sua resposta no espaço disponibilizado a seguir à questão.

1. Seja $\mathcal{F}$ o conjunto das fórmulas proposicionais definido indutivamente pelas seguintes regras:

   i) $p_i \in \mathcal{F}$, para todo $i \in \mathbb{N}_0$;
   ii) se $\varphi \in \mathcal{F}$, então $(\neg\varphi) \in \mathcal{F}$, para todo $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$;
   iii) se $\varphi \in \mathcal{F}$ e $\psi \in \mathcal{F}$, então $(\varphi \wedge \psi) \in \mathcal{F}$, para todo $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}$;
   iv) se $\varphi \in \mathcal{F}$ e $\psi \in \mathcal{F}$, então $(\varphi \leftrightarrow \psi) \in \mathcal{F}$, para todo $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}$.

   a) Indique $\varphi \in \mathcal{F}$ tal que $\varphi \Leftrightarrow (p_1 \vee p_2) \to \perp$. Justifique.
   Resposta:

b) Mostre, por indução estrutural, que, para todo $\varphi \in \mathcal{F}^{CP}$, existe $\psi \in \mathcal{F}$ tal que $\varphi \Leftrightarrow \psi$.

c) Sem justificar, defina por recursão estrutural em $\mathcal{F}$ uma função $f : \mathcal{F} \longrightarrow \{0, 1\}$ tal que, para todo $\varphi \in \mathcal{F}$, $f(\varphi) = 1$ se e só se o conetivo $\leftrightarrow$ ocorre em φ.

Resposta:

2. Apresente uma forma normal conjuntiva logicamente equivalente à fórmula $(p_1 \rightarrow \perp) \leftrightarrow (p_2 \vee p_3)$. Justifique.

Resposta:

3. O Sr. João fez as seguintes três afirmações acerca do tempo na sua terra:

   i) Está sol quando não chove.

   ii) Sempre que está sol, não está frio ou não está vento.

   iii) Hoje não está a chover, mas está frio.

   (a) Exprima cada uma destas afirmações através de fórmulas do Cálculo Proposicional, indicando a frase atómica associada a cada uma das variáveis proposicionais utilizadas.

   Resposta:

   (b) Das três afirmações pode concluir-se que, na terra do Sr. João, hoje está sol e não está vento? Justifique.

4. Construa uma demonstração em DNP da fórmula $(p_0 \leftrightarrow p_1) \rightarrow ((p_0 \vee p_1) \rightarrow p_0)$.

5. Sejam $\varphi, \psi \in \mathcal{F}^{CP}$ e seja $\Gamma \subseteq \mathcal{F}^{CP}$. Mostre que se $\Gamma \cup \{\neg\varphi\}$ é inconsistente e $\varphi \rightarrow \psi$ é um teorema de DNP, então $\Gamma \vdash \psi$.

Cotações	I.	II.1.	II.2.	II.3.	II.4.	II.5.
	6	1,5+2+1,5	1,75	1,75+1,75	2	1,75