Universidade do Minho	Prova Complementar de **Lógica EI**	22 de Julho de 2011
Lic. Eng. Informática		Duração: 1 hora

Nota: ***Justifique** adequadamente cada uma das suas respostas.*

1. Considere o conjunto G, de fórmulas do Cálculo Proposicional, definido indutivamente pelas seguintes regras:

$$\frac{}{p_0 \in G}\ 0 \qquad\qquad \frac{\varphi \in G \quad \psi \in G}{(\varphi \vee \psi) \in G}\ \vee$$

Prove, por indução estrutural em G, que $var(\varphi) = \{p_0\}$ para toda a fórmula $\varphi \in G$.

2. Através de sucessivas equivalências lógicas, prove que $\neg(p_1 \to p_0) \vee (p_1 \wedge p_0) \Leftrightarrow p_1$.

3. Diga, justificando, se $p_0 \leftrightarrow p_1 \vdash p_0 \vee p_1$.

4. Construa uma derivação em DNP mostrando que $(p_1 \wedge p_2) \to \neg p_1, p_1 \vdash \neg p_2$.

5. Seja L o tipo de linguagem $(\{f\}, \{<\}, \mathcal{N})$ em que $\mathcal{N}(f) = 1$ e $\mathcal{N}(<) = 2$. Seja ainda $E = (\mathbb{Z}, \overline{\ \ })$ a L-estrutura tal que:

$$\overline{f} : \mathbb{Z} \to \mathbb{Z} \text{ tal que } \overline{f}(n) = -n$$
$$\overline{<} = \{(n, m) \in \mathbb{Z}^2 : n < m\}$$

(a) Considere a L-fórmula $\sigma = \forall_{x_0}(x_1 < f(x_2)) \vee \exists_{x_1}(x_1 < x_2)$. Calcule $\mathrm{LIV}(\sigma)$ e indique L-termos t e t' tais que x_2 seja substituível por t mas não seja substituível por t' em σ.

(b) Diga, justificando, se a L-fórmula $\exists_{x_0}(\neg(f(x_0) < x_0))$ é válida em E.

FIM