

Nome \_\_\_\_\_

Curso \_\_\_\_\_ Número \_\_\_\_\_

Responda no próprio enunciado, seguindo rigorosamente as instruções dadas em cada um dos grupos

### GRUPO I

Em cada uma das questões seguintes, diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) a proposição, assinalando a opção conveniente. Cada questão está cotada com 1.2 valores numa escala de 0 a 20.

Este grupo é constituído por 10 questões. As três aqui apresentadas são um exemplo.

1. Um semigrupo no qual é válida a lei do corte é um grupo. V  F
2. Se  $G$  é um grupo e  $H \subseteq G$  então  $H$  é um subgrupo de  $G$ . V  F
3. Um grupo  $G$ , que contenha um elemento de ordem 12, contém também um elemento de ordem 3. V  F

### GRUPO II

Este grupo tem duas questões em alternativa, ambas cotadas com 8.0 valores numa escala de 0 a 20. Deve escolher APENAS UMA DAS QUESTÕES para responder. Se responder às duas, ignorarei a segunda resposta.

Alternativa 1 Justifique devidamente todas as respostas. Dê um exemplo, caso exista, de

Esta questão terá 5 alíneas. As três aqui apresentadas são uma amostra.

- (a) um grupo comutativo e um seu subgrupo que é não comutativo.
- (b) um grupo não comutativo e um seu subgrupo que é comutativo.
- (c) um grupo  $G$  e um seu elemento  $a$  de ordem 5 tal que  $o(a^3) = 2$ .

Alternativa 2 Justifique devidamente todas as respostas. Considere o grupo  $(G, *)$ , onde  $G = \mathbb{R} \times (\mathbb{R} \setminus \{0\})$  e  $*$  é a operação binária definida por

$$(a, b) * (c, d) = (a + bc, bd), \text{ para quaisquer } (a, b), (c, d) \in G.$$

- (a) Sendo  $K = \{(a, b) : b = 1\}$ , mostre que  $K$  é um subgrupo de  $G$ .
- (b) Determine os elementos de  $G$  que têm ordem 2.
- (c) Os elementos de  $G$  com ordem 2 formam um subgrupo de  $G$ ? Porquê?