Departamento de Matemática | Universidade do Minho

Tópicos de Matemática | 3º teste – 13 jan 2023

Lic. em Ciências de Computação - 1º ano | duração: duas horas

Nome ______________________________ Número ______________

GRUPO I. Em cada uma das questões seguintes, diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) a proposição, assinalando a opção conveniente:

1. Para todo o conjunto A, existe uma relação binária definida em A que é simétrica mas não é transitiva. V☐ F☐
2. Para qualquer relação de equivalência R em $A = \{1, 2, 3, 4\}$, se $3 \in [2]_R \cap [1]_R$, então, $(1, 2) \in R$. V☐ F☐
3. O conjunto $\{\{1, 2\}, \{3, 4\}, 5\}$ é uma partição de $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$. V☐ F☐
4. Para quaisquer dois conjuntos não vazios e disjuntos A e B, $\omega_A \cup \omega_B$ é uma relação de equivalência em $A \cup B$. V☐ F☐
5. A relação binária $\theta = \{(1, 2), (3, 1), (2, 2)\}$ em $A = \{1, 2, 3, 4\}$ é uma relação antissimétrica. V☐ F☐
6. A relação $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ é uma relação de ordem total em $A = \{1, 2, 3\}$. V☐ F☐
7. Para qualquer c.p.o. $(A, \leq)$ e qualquer subconjunto não vazio X de A, se X admite elemento mínimo, então, $A \backslash X$ admite elemento máximo. V☐ F☐
8. Para quaisquer c.p.o.'s A e B e qualquer função isótona $f : A \to B$, se m é elemento máximo de A então $f(m)$ é elemento máximo de B. V☐ F☐

GRUPO II. Considere o conjunto $A = \{1, 2, 3\}$. Dê exemplo, ou justifique que não existe, de:

1. Uma relação binária θ em A que seja simétrica mas não transitiva;

2. Uma relação de equivalência $\mathcal{R}$ em A com 6 elementos;

3. Uma relação de ordem parcial $\leq$ em A tal que $\leq = \leq_d$;

4. Uma relação de ordem parcial $\leq$ em A tal que no c.p.o. A não existe $\inf \varnothing$ nem $\sup \varnothing$.

GRUPO III. Sejam A um conjunto e θ a relação binária definida em $A \times \mathcal{P}(A)$ por

$$(a, X)\ \theta\ (b, Y) \Leftrightarrow X \cup \{a\} = Y \cup \{b\} \qquad (a, b \in A,\ X, Y \subseteq A).$$

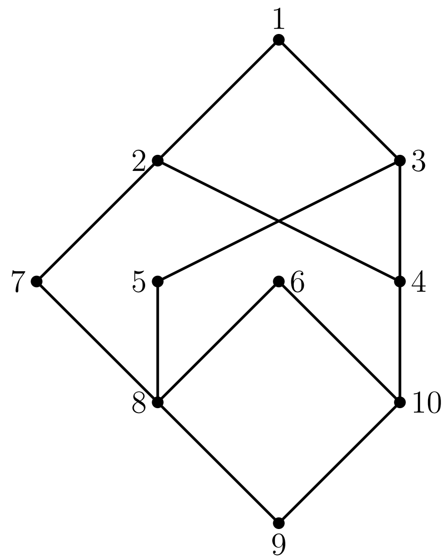
1. Mostre que θ é uma relação de equivalência em $A \times \mathcal{P}(A)$.

2. Dado $a \in A$, determine as classes $[(a, \emptyset)]_\theta$ e $[(a, A)]_\theta$.

3. Determine em que condições se tem $[(a, \emptyset)]_\theta \cap [(a, A)]_\theta \neq \emptyset$.

4. Para $A = \{1, 2\}$, indique o conjunto quociente definido por θ.

GRUPO IV. Considere o c.p.o. $(A, \leq)$ definido pelo diagrama de Hasse apresentado. Indique, caso exista:



1. Maj $\{2, 4, 5, 7\}$;

2. inf$\{2, 6\}$:

3. $\inf \emptyset$ e $\sup \emptyset$;

4. Um subconjunto X de A que não admita supremo;

5. Um subconjunto X de A com 3 elementos maximais e 3 elementos minimais;

6. um elemento x de A tal que $\{3, 5, 9, x\}$ seja um reticulado para a ordem parcial induzida pela ordem do c.p.o. A.

[Cotação:] **GRUPO I.** $8 \times 1.0 = 8.0$ **GRUPO II.** $4 \times 1.0 = 4.0$ **GRUPO III.** $1.5 + 1.0 + 1.0 + 1.5 = 5.0$ **GRUPO IV.** $6 \times 0.5 = 3.0$.