Tópicos de Matemática

Univ. do Minho – Lic. em Ciências da Computação

2.º teste — 14 de janeiro de 2013

---

1. Sejam $A = \{1, 2, 3\}$, $B = \{4, 5\}$, $C = \{6, 7, 8\}$, $R = \{(1, 7), (3, 6), (3, 7)\}$ e $S = \{(4, 7), (4, 8), (5, 6)\}$.

   a) R é uma relação binária de A para C? S é uma relação binária de B para C? Justifique.

   b) Determine $S^{-1} \circ R$.

   c) Determine $R^{-1} \circ S$. (1,5 valores)

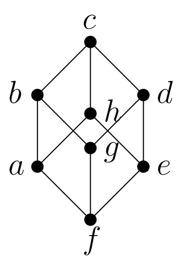
2. Considere o conjunto $A = \{a, b, c, d\}$. Em $\mathcal{P}(A)$ considere definida a seguinte relação binária Θ:
$$B \,\Theta\, C \Leftrightarrow B \cap \{a, c\} = C \cap \{a, c\}.$$

   a) Mostre que Θ é uma relação de equivalência.

   b) Determine a classe $[\{a\}]_\Theta$.

   c) Determine o conjunto quociente $\mathcal{P}(A)/\Theta$. (2,5 valores)

3. Considere o c.p.o. $(X, \leq)$ definido pelo seguinte diagrama de Hasse.



   a) Indique, caso existam

      i) $\sup\{b, g, h, e\}$;

      ii) $\min\{b, h, d, g\}$;

      iii) $\inf\{a, f, d\}$.

      Justifique. (1,2 valores)

   b) Indique dois subconjuntos A, B de X, tais que A tenha exatamente dois elementos maximais e um minimal e B tenha três elementos maximais, apresentando esses elementos. (0,8 valores)

4. Considere a função $\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & |x| \cdot x^2 \end{array}$. Diga, justificando, se se pode afirmar que:

   a) f é injetiva. b) f é sobrejetiva. c) $2 = f^{-1}(8)$. (1,5 valores)

5. Sejam A, B e C conjuntos, $f : A \to B$ e $g : B \to C$ funções e $V \subseteq C$. Mostre que $(g \circ f)^{-1}(V) = f^{-1}(g^{-1}(V))$. (1 valor)

6. Diga, justificando, se

   a) $\left|\{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 1 = 0\}\right| = 2$.

   b) Dados qualquer conjunto A e qualquer $B \subseteq A$, $|B| \leq |A|$.

   c) $\mathcal{P}(\mathbb{Z}) \sim \mathbb{Q}$. (1,5 valores)