Departamento de Matemática | Universidade do Minho

Tópicos de Matemática | 1º teste – 24 out 2022

Lic. em Ciências de Computação - 1º ano | duração: uma hora

Nome ______________________________ Número ____________

Responda no próprio enunciado, colocando uma cruz no quadrado correspondente. Cada questão está cotada com 0,8 valores numa escala de 0 a 20. Respostas erradas não têm qualquer penalização.

Em cada uma das questões seguintes, diga se é verdadeira (V) ou falsa (F) a proposição, assinalando a opção conveniente:

1. $2 \times 2 \neq 4$ é uma proposição e $\forall x \in \mathbb{R}, 2x = 4$ é uma condição. V☐ F☐
1. $2 \times 2 = 4$ é uma proposição ou $\forall x \in \mathbb{Z}, 2x = 4$ é uma condição. V☐ F☐
1. $2 \times 2 \neq 4$ é uma proposição ou $2x = 4$ é uma condição. V☐ F☐
1. $2 \times 2 = 4$ é uma proposição e $2x = 4$ é uma condição. V☐ F☐
2. Se $2 + 2 = 5$ então $2 + 4 = 8$. V☐ F☐
2. Se $2 + 2 \neq 5$ então $2 + 4 = 8$. V☐ F☐
2. Se $2 + 2 = 5$ então $2 + 4 = 6$. V☐ F☐
2. Se $2 + 2 \neq 5$ então $2 + 4 \neq 8$. V☐ F☐
3. Para p e q proposições, $p \Rightarrow \sim q$ é logicamente equivalente a $\sim p \vee \sim q$. V☐ F☐
3. Para p e q proposições, $\sim p \Rightarrow q$ é logicamente equivalente a $p \vee q$. V☐ F☐
3. Para p e q proposições, $p \Rightarrow \sim q$ é logicamente equivalente a $p \vee q$. V☐ F☐
3. Para p e q proposições, $\sim q \Rightarrow p$ é logicamente equivalente a $p \vee q$. V☐ F☐
4. Para p e q proposições, se $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge \sim q)$ é falsa então p é falsa. V☐ F☐
4. Para p e q proposições, se $(p \wedge q) \Rightarrow (q \wedge \sim q)$ é verdadeira então p é falsa. V☐ F☐
4. Para p e q proposições, se $(p \wedge q) \Rightarrow (q \wedge \sim q)$ é falsa então p é falsa. V☐ F☐
4. Para p e q proposições, se $(p \vee q) \Rightarrow (q \wedge \sim q)$ é verdadeira então p é falsa. V☐ F☐
5. A tabela de verdade da fórmula proposicional $p \wedge (q \Rightarrow \sim (r \wedge \sim p))$ tem 8 linhas e 8 colunas. V☐ F☐
5. A tabela de verdade da fórmula proposicional $p \wedge (q \Rightarrow \sim (r \wedge \sim s))$ tem 16 linhas e 16 colunas. V☐ F☐
5. A tabela de verdade da fórmula proposicional $p \wedge (q \Rightarrow \sim (r \wedge p))$ tem 8 linhas e 7 colunas. V☐ F☐
5. A tabela de verdade da fórmula proposicional $p \wedge (q \Rightarrow \sim (r \wedge \sim s))$ tem 16 linhas e 9 colunas. V☐ F☐
6. Uma fórmula proposicional com duas proposições simples pode ser logicamente equivalente a uma fórmula proposicional com três proposições simples. V☐ F☐

6. Uma fórmula proposicional com quatro proposições simples pode ser logicamente equivalente a uma fórmula proposicional com três proposições simples. V☐ F☐

6. Uma fórmula proposicional com quatro proposições simples não é logicamente equivalente a uma fórmula proposicional com três proposições simples. V☐ F☐

6. Uma fórmula proposicional com duas proposições simples não é logicamente equivalente a uma fórmula proposicional com três proposições simples. V☐ F☐

7. Para proposições p, q e r, o recíproco de $(p \vee q) \Rightarrow r$ é logicamente equivalente a $\sim r \vee p \vee q$. V☐ F☐

7. Para proposições p, q e r, o recíproco de $(p \vee q) \Rightarrow r$ é logicamente equivalente a $(r \wedge \sim q) \Rightarrow p$. V☐ F☐

7. Para proposições p, q e r, o recíproco de $(p \vee q) \Rightarrow r$ é logicamente equivalente a $(r \wedge \sim p) \Rightarrow q$. V☐ F☐

7. Para proposições p, q e r, o recíproco de $r \Rightarrow (p \vee q)$ é logicamente equivalente a $\sim r \Rightarrow (\sim p \wedge \sim q)$. V☐ F☐

8. O contrarrecíproco de "Se está sol então vou passear e comer um gelado" é "Se não vou passear ou não vou comer um gelado então não está sol." V☐ F☐

8. O contrarrecíproco de "Se está sol então vou passear e comer um gelado" é "Se não vou passear e não vou comer um gelado então não está sol." V☐ F☐

8. O recíproco de "Se chove então vou ficar em casa e ler um livro" é "Se não ficar am casa e não ler um livro então não chove." V☐ F☐

8. O contrarrecíproco de "Se chove então vou ficar em casa e ler um livro" é "Se não ficar am casa ou não ler um livro então não chove." V☐ F☐

9. Negar que existe um único aluno que vai passar a Tópicos de Matemática é o mesmo que afirmar que todos os alunos vão passar a Tópicos de Matemática. V☐ F☐

9. Negar que todos os alunos vão passar a Tópicos de Matemática é o mesmo que afirmar que existe um único aluno que não vai passar a Tópicos de Matemática. V☐ F☐

9. Negar que existe um único aluno que vai passar a Tópicos de Matemática é o mesmo que afirmar que pelo menos dois alunos vão passar a Tópicos de Matemática. V☐ F☐

9. Negar que todos os alunos vão passar a Tópicos de Matemática é o mesmo que afirmar que todos os alunos não vão passar a Tópicos de Matemática. V☐ F☐

10. Dada a condição $p(x, y)$, com o conjunto D como domínio de variação de x e y, a proposição "$\exists x \in D, \exists y \in D, p(x, y)$" é logicamente equivalente à proposição "$\exists y \in D, \exists x \in D, p(x, y)$" V☐ F☐

10. Dada a condição $p(x, y)$, com o conjunto D como domínio de variação de x e y, a proposição "$\exists x \in D, \forall y \in D, p(x, y)$" é logicamente equivalente à proposição "$\forall y \in D, \exists x \in D, p(x, y)$" V☐ F☐

10. Dada a condição $p(x, y)$, com o conjunto D como domínio de variação de x e y, a proposição "$\forall x \in D, \forall y \in D, p(x, y)$" é logicamente equivalente à proposição "$\forall y \in D, \forall x \in D, p(x, y)$" V☐ F☐

10. Dada a condição $p(x,y)$, com o conjunto D como domínio de variação de x e y, a proposição "$\forall x \in D, \exists y \in D, p(x,y)$" é logicamente equivalente à proposição "$\exists y \in D, \forall x \in D, p(x,y)$" V☐ F☐

11. Se t é uma tautologia e c é uma contradição, então, para qualquer proposição p, $(p \wedge c) \Rightarrow t$ é uma contradição. V☐ F☐

11. Se t é uma tautologia e c é uma contradição, então, para qualquer proposição p, $(p \vee c) \Rightarrow t$ é uma contradição. V☐ F☐

11. Se t é uma tautologia e c é uma contradição, então, para qualquer proposição p, $(p \vee t) \Rightarrow c$ é uma contradição. V☐ F☐

11. Se t é uma tautologia e c é uma contradição, então, para qualquer proposição p, $(p \wedge t) \Rightarrow c$ é uma contradição. V☐ F☐

12. Para $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$ condições, provar que $p(x) \Rightarrow (q(x) \vee r(x))$ é o mesmo que provar que $(p(x) \wedge \sim q(x)) \Rightarrow r(x)$. V☐ F☐

12. Para $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$ condições, provar que $p(x) \Rightarrow (q(x) \vee r(x))$ é o mesmo que provar que $(p(x) \vee q(x)) \Rightarrow \sim r(x)$. V☐ F☐

12. Para $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$ condições, provar que $p(x) \Rightarrow (q(x) \vee r(x))$ é o mesmo que provar que $(p(x) \wedge \sim r(x)) \Rightarrow q(x)$. V☐ F☐

12. Para $p(x)$, $q(x)$ e $r(x)$ condições, provar que $p(x) \Rightarrow (q(x) \vee r(x))$ é o mesmo que provar que $(p(x) \vee \sim q(x)) \Rightarrow r(x)$. V☐ F☐

13. O seguinte argumento é válido: "Alguns artistas são geniais. Alguns artistas são pessoas criativas. Logo, algumas pessoas criativas são geniais." V☐ F☐

13. O seguinte argumento é válido: "Todos os artistas são geniais. Todos os artistas são pessoas criativas. Logo, todas as pessoas criativas são geniais." V☐ F☐

13. O seguinte argumento é válido: "Todos os artistas são geniais. Alguns artistas são pessoas criativas. Logo, algumas pessoas criativas são geniais." V☐ F☐

13. O seguinte argumento é válido: "Alguns artistas não são geniais. Todos os artistas são pessoas criativas. Logo, algumas pessoas criativas não são geniais." V☐ F☐

14. O argumento $\dfrac{\begin{array}{c} a \vee \sim b \\ c \Rightarrow \sim a \\ b \end{array}}{c}$ é válido V☐ F☐

14. O argumento $\dfrac{\begin{array}{c} p \vee r \\ q \Rightarrow \sim r \\ q \end{array}}{\sim p}$ é válido V☐ F☐

14. O argumento $\dfrac{\begin{array}{c} a \vee b \\ \sim c \Rightarrow \sim b \\ \sim c \end{array}}{a}$ é válido V☐ F☐

14. O argumento $\dfrac{\begin{array}{c} p \vee q \\ p \Rightarrow \sim r \\ r \end{array}}{q}$ é válido V☐ F☐

15. Observar que $2 \times 2 = 2^2$ é suficiente para mostrar que "$\forall x \in \mathbb{Z}, 2x = 2^x$" é uma proposição verdadeira. V☐ F☐

15. Observar que $2 \times 2 = 2^2$ é suficiente para mostrar que "$\forall x \in \mathbb{Z}, 2x \neq 2^x$" é uma proposição falsa. V☐ F☐

15. Observar que $2 \times 3 \neq 2^3$ é suficiente para mostrar que "$\forall x \in \mathbb{Z}, 2x \neq 2^x$" é uma proposição verdadeira. V☐ F☐

15. Observar que $2 \times 3 \neq 2^3$ é suficiente para mostrar que "$\forall x \in \mathbb{Z}, 2x = 2^x$" é uma proposição falsa. V☐ F☐

16. Dada a condição $p(n)$, é condição suficiente para demonstrar que a proposição "$\forall n \in \mathbb{N}, p(n)$" é verdadeira pelo Método de Indução Matemática que a condição $p(n)$ seja hereditária. V☐ F☐

16. Dada a condição $p(n)$, é condição necessária para demonstrar que a proposição "$\forall n \in \mathbb{N}, p(n)$" é verdadeira pelo Método de Indução Matemática que a condição $p(n)$ seja hereditária. V☐ F☐

16. Dada a condição $p(n)$, para demonstrar que a proposição "$\forall n \in \mathbb{N}, p(n)$" é verdadeira pelo Método de Indução Matemática é necessário mostrar que a condição $p(n)$ é hereditária. V☐ F☐

16. Dada a condição $p(n)$, para demonstrar que a proposição "$\forall n \in \mathbb{N}, p(n)$" é verdadeira pelo Método de Indução Matemática basta mostrar que a condição $p(n)$ é hereditária. V☐ F☐

17. A condição "$2n$ é ímpar" é hereditária para todo $n \in \mathbb{N}$. V☐ F☐

17. A condição "$2n + 1$ é ímpar" é hereditária para todo $n \in \mathbb{N}$. V☐ F☐

17. A condição "$2n + 1$ é par" é hereditária para todo $n \in \mathbb{N}$. V☐ F☐

17. A condição "$2n$ é par" é hereditária para todo $n \in \mathbb{N}$. V☐ F☐

Em cada uma das questões seguintes, assinale a(s) opção(ões) correta(s):

18. Suponha que a Maria não fala português, não fala inglês, fala francês e fala espanhol. Quais das seguintes proposições são verdadeiras?
    ☐ A Maria fala português ou francês e a Maria fala inglês ou espanhol.
    ☐ Se a Maria fala inglês então a Maria fala espanhol
    ☐ A Maria fala francês se e só se fala inglês.
    ☐ A Maria fala espanhol e se a Maria fala francês então fala português.

18. Suponha que a Maria fala português, fala inglês, não fala francês e não fala espanhol. Quais das seguintes proposições são verdadeiras?
    ☐ A Maria fala português ou francês e a Maria fala inglês ou espanhol.
    ☐ Se a Maria fala inglês então a Maria fala espanhol
    ☐ A Maria fala francês se e só se fala inglês.
    ☐ A Maria fala espanhol e se a Maria fala francês então fala português.

18. Suponha que a Maria não fala português, não fala inglês, fala francês e não fala espanhol. Quais das seguintes proposições são verdadeiras?
    ☐ A Maria fala português ou francês e a Maria fala inglês ou espanhol.
    ☐ Se a Maria fala inglês então a Maria fala espanhol
    ☐ A Maria fala francês se e só se fala inglês.
    ☐ A Maria fala espanhol e se a Maria fala francês então fala português.

18. Suponha que a Maria fala português, não fala inglês, fala francês e não fala espanhol. Quais das seguintes proposições são verdadeiras?
☐ A Maria fala português ou francês e a Maria fala inglês ou espanhol.
☐ Se a Maria fala inglês então a Maria fala espanhol
☐ A Maria fala francês se e só se fala inglês.
☐ A Maria fala espanhol e se a Maria fala francês então fala português.

19. Se $b \Rightarrow a$ é uma proposição falsa, então são verdadeiras as proposições:

☐ $a \wedge \sim b$ ☐ $a \vee \sim b$ ☐ $\sim b \vee \sim a$ ☐ $a \Rightarrow b$

19. Se $b \Rightarrow a$ é uma proposição falsa, então são falsas as proposições:

☐ $a \wedge \sim b$ ☐ $a \vee \sim b$ ☐ $\sim b \vee \sim a$ ☐ $a \Rightarrow b$

19. Se $a \Rightarrow b$ é uma proposição falsa, então são falsas as proposições:

☐ $a \wedge \sim b$ ☐ $a \vee \sim b$ ☐ $\sim b \vee \sim a$ ☐ $b \Rightarrow a$

19. Se $a \Rightarrow b$ é uma proposição falsa, então são verdadeiras as proposições:

☐ $a \wedge \sim b$ ☐ $a \vee \sim b$ ☐ $\sim b \vee \sim a$ ☐ $b \Rightarrow a$

20. A fórmula proposicional $b \vee (a \wedge \sim b)$ é logicamente equivalente a:

☐ $b \wedge (b \Rightarrow a)$ ☐ $b \wedge a$ ☐ a ☐ $b \vee a$

20. A fórmula proposicional $b \wedge (a \vee \sim b)$ é logicamente equivalente a:

☐ $b \wedge (b \Rightarrow a)$ ☐ $a \wedge b$ ☐ b ☐ $b \vee a$

20. A fórmula proposicional $a \wedge (b \vee \sim a)$ é logicamente equivalente a:

☐ $a \wedge (a \Rightarrow b)$ ☐ $a \wedge b$ ☐ b ☐ $b \vee a$

20. A fórmula proposicional $a \vee (b \wedge \sim a)$ é logicamente equivalente a:

☐ $a \vee (a \Rightarrow b)$ ☐ $a \wedge b$ ☐ b ☐ $b \vee a$

21. O contrarrecíproco de "Se como marisco, fico mal disposto." é:
☐ Se não fico mal disposto, não como marisco. ☐ Como marisco e não fico mal disposto.
☐ Se não como marisco, não fico mal disposto. ☐ Não como marisco ou fico mal disposto.

21. A negação de "Se como marisco, fico mal disposto." é:
☐ Se não fico mal disposto, como marisco. ☐ Como marisco e não fico mal disposto.
☐ Se não como marisco, não fico mal disposto. ☐ Não como marisco ou fico mal disposto.

21. A negação de "Se fico mal disposto, não como marisco." é:
☐ Se não fico mal disposto, como marisco. ☐ Fico mal disposto e como marisco.
☐ Se como marisco, não fico mal disposto. ☐ Não como marisco ou fico mal disposto.

21. O contrarrecíproco de "Se fico mal disposto, não como marisco." é:
☐ Se não fico mal disposto, como marisco. ☐ Fico mal disposto e como marisco.
☐ Se como marisco, não fico mal disposto. ☐ Não como marisco ou fico mal disposto.

22. Seja $p(x,y) =$"x é filho de y.", onde o conjunto de variação de x e y é o conjunto H de todos os seres humanos. A proposição "Todos os seres humanos têm um único progenitor." pode ser traduzida por

☐ $\forall x \in H, \exists^1 y \in H : p(x,y)$ ☐ $\exists^1 x \in H : \forall y \in H, p(x,y)$

☐ $\forall x \in H, \exists^1 y \in H : p(y,x)$ ☐ $\exists^1 x \in H : \forall y \in H, p(y,x)$

22. Seja $p(x,y) =$"x é pai de y.", onde o conjunto de variação de x e y é o conjunto H de todos os seres humanos. A proposição "Todos os seres humanos têm um único progenitor." pode ser traduzida por

☐ $\forall x \in H, \exists^1 y \in H : p(y,x)$ ☐ $\forall x \in H : \exists y \in H, p(x,y)$

☐ $\forall x \in H, \exists y \in H : p(y,x)$ ☐ $\forall x \in H : \exists^1 y \in H, p(x,y)$

22. Seja $p(x,y) =$"x é filho de y.", onde o conjunto de variação de x e y é o conjunto H de todos os seres humanos. A proposição "Todos os seres humanos têm um progenitor." pode ser traduzida por

☐ $\exists x \in H : \forall y \in H, p(y,x)$ ☐ $\exists x \in H : \forall y \in H, p(x,y)$

☐ $\forall x \in H, \exists y \in H : p(y,x)$ ☐ $\forall x \in H, \exists y \in H : p(x,y)$

22. Seja $p(x,y) =$"x é pai de y.", onde o conjunto de variação de x e y é o conjunto H de todos os seres humanos. A proposição "Todos os seres humanos têm um progenitor." pode ser traduzida por

☐ $\forall x \in H, \exists^1 y \in H : p(y,x)$ ☐ $\forall x \in H : \exists y \in H, p(x,y)$

☐ $\forall x \in H, \exists y \in H : p(y,x)$ ☐ $\forall x \in H : \exists^1 y \in H, p(x,y)$

23. Considere as condições $p(x)$: "x estuda muito" e $q(x)$: "x passa a Tópicos de Matemática". A proposição "Uma condição suficiente para passar a Tópicos de Matemática é estudar muito" pode ser traduzida por:

☐ $p(x) \Rightarrow q(x)$ ☐ $q(x) \Rightarrow p(x)$ ☐ $p(x) \Leftrightarrow q(x)$ ☐ $p(x) \wedge q(x)$.

23. Considere as condições $p(x)$: "x estuda muito" e $q(x)$: "x passa a Tópicos de Matemática". A proposição "Uma condição necessária e suficiente para passar a Tópicos de Matemática é estudar muito" pode ser traduzida por:

☐ $p(x) \Rightarrow q(x)$ ☐ $q(x) \Rightarrow p(x)$ ☐ $p(x) \Leftrightarrow q(x)$ ☐ $p(x) \wedge q(x)$.

23. Considere as condições $p(x)$: "x estuda muito" e $q(x)$: "x passa a Tópicos de Matemática". A proposição "Uma condição necessária para estudar muito é passar a Tópicos de Matemática" pode ser traduzida por:

☐ $p(x) \Rightarrow q(x)$ ☐ $q(x) \Rightarrow p(x)$ ☐ $p(x) \Leftrightarrow q(x)$ ☐ $p(x) \vee q(x)$.

23. Considere as condições $p(x)$: "x estuda muito" e $q(x)$: "x passa a Tópicos de Matemática". A proposição "Uma condição necessária para passar a Tópicos de Matemática é estudar muito" pode ser traduzida por:

☐ $p(x) \Rightarrow q(x)$ ☐ $q(x) \Rightarrow p(x)$ ☐ $p(x) \Leftrightarrow q(x)$ ☐ $p(x) \vee q(x)$.

24. Uma demonstração de $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x = 2 \vee x = -2)$ começa por "Suponhamos que $x^4 - 2 = 0$. Então...". A demonstração está feita usando o método:

☐ do recíproco ☐ do contrarrecíproco

☐ por redução ao absurdo ☐ de demonstração direta

24. Uma demonstração de $x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x = 2 \vee x = -2)$ começa por "Suponhamos que $x \neq 2$ e $x \neq -2$". A demonstração está feita usando o método:

☐ do recíproco ☐ do contrarrecíproco

☐ por redução ao absurdo ☐ de demonstração direta

24. Uma demonstração de $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x = 1 \vee x = -1)$ começa por "Suponhamos que $x^2 - 1 = 0$ e $x \neq -1$ e $x \neq 1$". A demonstração está feita usando o método:

☐ do recíproco ☐ do contrarrecíproco

☐ por redução ao absurdo ☐ de demonstração direta

24. Uma demonstração de $x^2 - 1 = 0 \Rightarrow (x = 1 \vee x = -1)$ começa por "Suponhamos que $x \neq 1$ e $x \neq -1$". A demonstração está feita usando o método:

☐ do recíproco ☐ do contrarrecíproco

☐ por redução ao absurdo ☐ de demonstração direta

25. Para mostrar que, para todo o natural $n \geq 2$, $\sum_{k=1}^{n}(2k-1) = n^2$ pelo método de Indução Matemática, começa-se por verificar o caso base, observando que:

☐ $2 \times 1 - 1 = 1^2$ ☐ $2 \times 2 - 1 = 2^2$

☐ $(2 \times 1 - 1) + (2 \times 2 - 1) = 2^2$ ☐ $(2 \times 1 - 1) + (2 \times 2 - 1) = 1^2 + 2^2$

25. Para mostrar que, para todo o natural $n \geq 2$, $\sum_{k=1}^{n}(2k) = n^2 + n$ pelo método de Indução Matemática, começa-se por verificar o caso base, observando que:

☐ $2 \times 1 = 1^2 + 1$ ☐ $2 \times 2 = 2^2 + 2$

☐ $2 \times 1 + 2 \times 2 = 2^2 + 2$ ☐ $2 \times 1 + 2 \times 2 = 1^2 + 1 + 2^2 + 2$

25. Para mostrar que, para todo o natural $n \geq 2$, $\sum_{k=1}^{n}(2k-1)^3 = 2n^4 - n^2$ pelo método de Indução Matemática, começa-se por verificar o caso base, observando que:

☐ $(2 \times 1 - 1)^3 = 2 \times 1^4 - 1^2$ ☐ $(2 \times 2 - 1)^3 = 2 \times 2^4 - 2^2$

☐ $(2\times1-1)^3+(2\times2-1)^3 = 2\times2^4-2^2$ ☐ $(2\times1-1)^3+(2\times2-1)^3 = (2\times1^4-1^2)+(2\times2^4-2^2)$

25. Para mostrar que, para todo o natural $n \geq 2$, $\sum_{k=1}^{n}(2k-3) = n(n-2)$ pelo método de Indução Matemática, começa-se por verificar o caso base, observando que:

☐ $2 \times 1 - 3 = 1 \times (1 - 2)$ ☐ $2 \times 2 - 3 = 2 \times (2 - 2)$

☐ $(2\times1-3)+(2\times2-3) = 2\times(2-2)$ ☐ $(2\times1-3)+(2\times2-3) = 1\times(1-2)+2\times(2-2)$