

Tópicos de Matemática

Univ. do Minho – Lic. em Ciências da Computação

1.º teste

31 de outubro de 2018

1. As fórmulas $p \vee (\sim q \vee \sim r)$ e $r \rightarrow (q \rightarrow p)$ são semanticamente equivalentes? Justifique. (1,5 valores)
2. Diga, justificando, se $r \rightarrow q$ ser verdadeira é:
 - a) condição necessária para $p \vee q$ e $\sim p$ serem verdadeiras; (0,5 valores)
 - b) condição suficiente para $p \vee q$ e $\sim p$ serem verdadeiras. (0,5 valores)
3. Sejam a e b números reais tais que $3a + 2b \leq 5$. Mostre que se $a > 1$ então $b < 1$. (1 valor)
4. Seja $M(x)$ o predicado « x é multifacetado», relativo a números x . Exprima em linguagem simbólica, usando quantificadores, a afirmação «se algum número negativo é multifacetado, então todos os números são multifacetados». (0,5 valores)
5. Considere as seguintes proposições, nas quais o universo de cada quantificação é \mathbb{Q}^+ :
 - i) $\forall x \exists y \ xy = 2$
 - ii) $\exists y \forall x \ xy = 1$
 - a) Diga, justificando, se cada uma dessas proposições é verdadeira ou falsa. (1,4 valores)
 - b) Escolha uma dessas proposições e apresente uma proposição equivalente à sua negação, sem recorrer ao conetivo \sim . (0,6 valores)
6. Mostre que, para todo o $n \in \mathbb{N}$, $1 + 4 + 16 + \dots + 4^{n-1} = \frac{4^n - 1}{3}$. (2 valores)
7. Considere os conjuntos

$$A = \{x \in \mathbb{Q} : 4 \mid x\}, \quad B = \left\{-2, 1, \frac{7}{2}\right\} \quad \text{e, para cada } i \in \mathbb{N}, \quad C_i = \{-i, 0, i\}.$$

Diga, justificando, se

- a) $B \subseteq A$;
- b) $\frac{4}{3} \in A \setminus B$;
- c) $-\frac{3}{4} \in A \cup B$;
- d) $\bigcap_{i \in \mathbb{N}} C_i \subseteq A$. (2 valores)