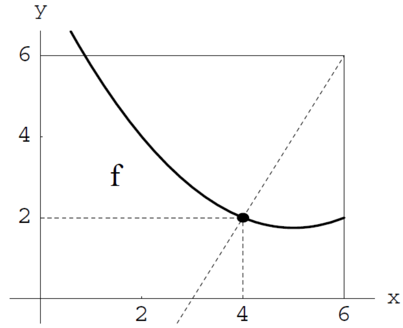
Nome: **Número:**

Justifique, convenientemente, todas as respostas.

Exercício 1. (2 valores) A figura seguinte representa o gráfico de uma função f e da reta perpendicular a esse gráfico no ponto $(x, y) = (4, 2)$. Sendo $g(x) = \left[f(-4 + 2x + x^2)\right]^2$, qual o valor da derivada $g'(2)$?



Exercício 2. (2.5 valores) Considere a função $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -5 + e^{-4x} + 4x$.

(a) Determine os limites $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ e $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

(b) Determine o número de zeros de f.

Exercício 3. (2.5 valores) Responda a **uma e uma só** das duas questões seguintes:

I. Calcule $\displaystyle\int \frac{2x^2+3x-5}{(x+1)^2(x-2)}\,dx.$

II. Calcule $\displaystyle\int \frac{(\operatorname{arcsen}(2x))^2+x}{\sqrt{1-4x^2}}\,dx.$

Exercício 4. (2.5 valores) Responda a **uma e uma só** das duas questões seguintes:

I. Determine $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{e^{2x}-e^{-2x}-4\ln(1+x)}{x\,\operatorname{sen} x}.$

II. Calcule $\displaystyle\int_{\sqrt{3}/3}^{1} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right)\,dx.$

Exercício 5. (2.5 valores) Calcule o integral $\displaystyle\int_{1/4}^{3/4} \frac{1}{\sqrt{x}\,\sqrt{1-x}}\,dx$, efetuando a substituição $x = \operatorname{sen}^2 t$.

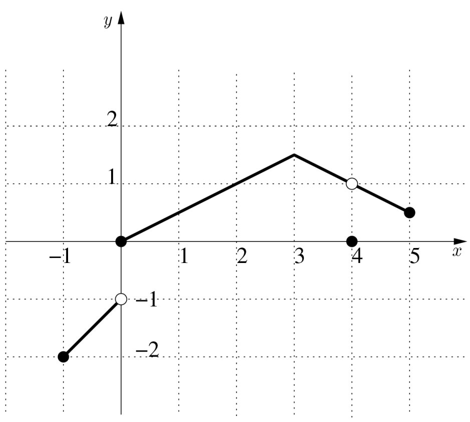
Exercício 6. (2.5 valores) Calcule a área da região $\mathcal{R} = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq |x|\}$, fazendo previamente um esboço da região $\mathcal{R}$.

Exercício 7. (2.5 valores) Considere a função $f : [-1,5] \longrightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura seguinte e seja $F\colon [-1,5] \longrightarrow \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \displaystyle\int_{-1}^{x} f(t)\,dt$.

(a) Determine $a \in]-1,5]$ tal que $F(a) = \frac{1}{4}$.

(b) A função f é primitivável? ______________,

porque ____________________________________.



Exercício 8. (3 valores) Na figura estão assinaladas três regiões limitadas entre o gráfico de uma função $f : [0,3] \longrightarrow \mathbb{R}$, derivável, e o eixo das abcissas, que correspondem às abcissas dos intervalos $[0,1]$, $[1,2]$ e $[2,3]$, respetivamente. A área de cada uma destas regiões vem inscrita no seu interior.

Nestas condições, considere a função $F : [-3,3] \longrightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \displaystyle\int_1^{\frac{3+x}{2}} f(t)\,dt$.

(a) Determine os valores de $F(-3)$, $F(-1)$, $F(1)$ e $F(3)$.

(b) Determine expressões para $F'(x)$ e $F''(x)$.

(c) Represente F graficamente.