

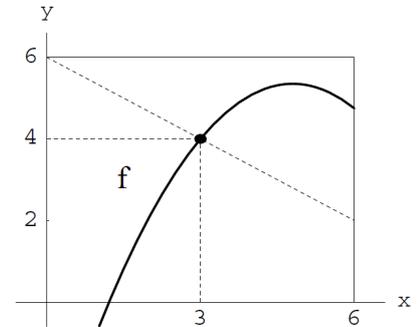


Nome:

Número:

Justifique, convenientemente, todas as respostas.

Exercício 1. (2 valores) A figura seguinte representa o gráfico de uma função f e da reta perpendicular a esse gráfico no ponto $(x, y) = (3, 4)$. Sendo $g(x) = [f(4 - 2x + x^3)]^2$, qual o valor da derivada $g'(1)$?



Exercício 2. (2.5 valores) Considere a função $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $f(x) = -5 + e^{-2x} + 2x$.

- Determine os limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ e $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.
- Determine o número de zeros de f .

Exercício 3. (2.5 valores) Responda a **uma e uma só** das duas questões seguintes:

I. Calcule $\int \frac{x + (\arcsen(3x))^2}{\sqrt{1 - 9x^2}} dx$.

II. Calcule $\int \frac{2x^2 + x + 3}{(x - 1)^2(x + 2)} dx$.

Exercício 4. (2.5 valores) Responda a **uma e uma só** das duas questões seguintes:

I. Determine $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - e^{-2x} - 4 \ln(1 + x)}{x \operatorname{sen} x}$.

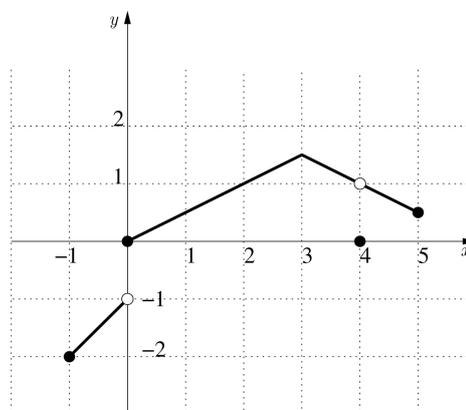
II. Calcule $\int_{\sqrt{3}/3}^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg}\left(\frac{1}{x}\right) dx$.

Exercício 5. (2.5 valores) Calcule o integral $\int_{1/4}^{1/2} \frac{1}{\sqrt{x}\sqrt{1-x}} dx$, efetuando a substituição $x = \sin^2 t$.

Exercício 6. (2.5 valores) Calcule a área da região $\mathcal{R} = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| \leq y \leq 2 - x^2\}$, fazendo previamente um esboço da região \mathcal{R} .

Exercício 7. (2.5 valores) Considere a função $f : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura seguinte e seja $F : [-1, 5] \rightarrow \mathbb{R}$ tal que $F(x) = \int_{-1}^x f(t) dt$.

- (a) Determine $a \in]-1, 5]$ tal que $F(a) = 0$.
- (b) A função f é primitivável? _____,
 porque _____.



Exercício 8. (3 valores) Na figura estão assinaladas três regiões limitadas entre o gráfico de uma função $f : [0, 3] \rightarrow \mathbb{R}$, derivável, e o eixo das abscissas, que correspondem às abscissas dos intervalos $[0, 1]$, $[1, 2]$ e $[2, 3]$, respectivamente. A área de cada uma destas regiões vem inscrita no seu interior.

Nestas condições, considere a função $F : [-3, 3] \rightarrow \mathbb{R}$ definida por $F(x) = \int_1^{\frac{3+x}{2}} f(t) dt$.

- (a) Determine os valores de $F(-3)$, $F(-1)$, $F(1)$ e $F(3)$.
- (b) Determine expressões para $F'(x)$ e $F''(x)$.
- (c) Represente F graficamente.

