Universidade do Minho
Escola de Ciências

Departamento de Matemática e Aplicações

Cálculo EC

Licenciatura em Química

Licenciatura em Bioquímica

Exame :: 29 de janeiro de 2018

Nome ____________ Número ________

As respostas aos grupos I e II são dadas na folha do enunciado.

I

Em cada uma das questões/alíneas seguintes, identifique a afirmação verdadeira.

Questão 1. A derivada da função $\dfrac{\operatorname{sen} x + \cos x}{\operatorname{sen} x - \cos x}$ é:

- ◯ $\dfrac{4 \operatorname{sen} x \cos x}{(\operatorname{sen} x - \cos x)^2}$;
- ◯ $\dfrac{\cos x - \operatorname{sen} x}{\cos x + \operatorname{sen} x}$;
- ◯ $\dfrac{-2}{(\operatorname{sen} x - \cos x)^2}$;
- ◯ nenhuma das respostas anteriores.

Questão 2. O integral $\displaystyle\int \frac{x^2}{\sqrt{x^3+1}}\,dx$ é igual a:

- ◯ $\dfrac{1}{3} \ln \sqrt{x^3+1} + C, \quad C \in \mathbb{R}$;
- ◯ $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+1} + C, \quad C \in \mathbb{R}$;
- ◯ $\frac{1}{6}\sqrt{x^3+1} + C, \quad C \in \mathbb{R}$;
- ◯ nenhuma das respostas anteriores.

Questão 3. A integração por partes permite escrever o integral $\displaystyle\int_0^1 x^2 e^{2x}\,dx$ como:

- ◯ $\frac{1}{2}x^2 e^{2x} - \displaystyle\int_0^1 x e^{2x}\,dx$;
- ◯ $\frac{1}{2}\displaystyle\int_0^1 x^2 e^{2x}\,dx - \int_0^1 x e^{2x}\,dx$;
- ◯ $\dfrac{e^2}{2} - \displaystyle\int_0^1 x e^{2x}\,dx$;
- ◯ nenhuma das respostas anteriores.

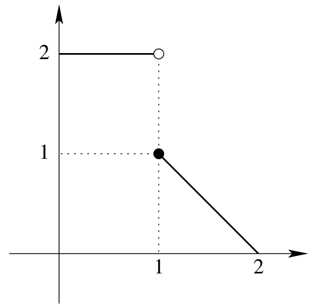
Questão 4. Considere a função $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ tal que $f(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } -1 \leq x < 0, \\ -1, & \text{se } 0 \leq x \leq 1. \end{cases}$

A função $F(x) = \displaystyle\int_0^x f(t)dt$ é definida por:

- ◯ $F(x) = \begin{cases} x, & \text{se } -1 \leq x < 0, \\ -x, & \text{se } 0 \leq x \leq 1; \end{cases}$
- ◯ $F(x) = \begin{cases} x+1, & \text{se } -1 \leq x < 0, \\ 1-x, & \text{se } 0 \leq x \leq 1; \end{cases}$
- ◯ $F(x) = 0,\ x \in [-1,1]$
- ◯ nenhuma das respostas anteriores.

II

Considere uma função $f : [0,2] \to \mathbb{R}$ cujo gráfico se apresenta na figura. Em cada uma das questões seguintes, indique se a afirmação é verdadeira ou falsa.



	V	F
Questão 1. O contradomínio de f é $[0,1]$.	○	○
Questão 2. f é uma função injetiva.	○	○
Questão 3. $\lim_{x\to\infty} f\left(\frac{1}{x}\right) = 2$.	○	○
Questão 4. f é contínua.	○	○
Questão 5. $f'\left(\frac{1}{2}\right) = 2$.	○	○
Questão 6. $\int_0^2 f(x)\,dx = \frac{5}{2}$.	○	○
Questão 7. f é primitivável.	○	○
Questão 8. $\sum_{k=1}^{4} \frac{1}{2} f\left(\frac{k}{2}\right) \leq \int_0^2 f(x)\,dx$.	○	○

III

Todas as respostas deste grupo devem ser convenientemente justificadas.

Questão 1. Calcule $\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\operatorname{sen} x}\right)$.

Questão 2. Determine a equação da reta tangente à curva definida por $e^{2x} + y^2 = x \ln y + 2$, no ponto $x = 0$, $y = 1$, usando derivação da função implícita.

Questão 3. Considere a região do plano que contém o ponto $(0,2)$ e é limitada simultaneamente pelas curvas de equação $y = 4$, $y = 4 - 2x$ e $y = x^2 + 1$.

a) Apresente um esboço gráfico da referida região.

b) Escreva uma expressão integral que permita calcular a área dessa região. Não calcule o valor da expressão apresentada.